

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

**TLE**

# Technologique Mathématiques

**Suites Géométriques**



**CORRIGÉ DE L'EXERCICE**

# UNE SUITE À PARTIR D'UNE SUITE...

4

## CORRECTION

1. Calculons  $U_2$ ,  $U_3$  et  $U_4$ :

- $U_2 = 3 U_1 - 2 U_0$ , cad:  $U_2 = 15$ .

- $U_3 = 3 U_2 - 2 U_1$ , cad:  $U_3 = 31$ .

- $U_4 = 3 U_3 - 2 U_2$ , cad:  $U_4 = 63$ .

2. a. Déterminons les valeurs de  $V_0$ ,  $t_0$ ,  $V_1$  et  $t_1$ :

- $V_0 = U_1 - U_0$ , cad:  $V_0 = 4$ .

- $t_0 = U_1 - 2 U_0$ , cad:  $t_0 = 1$ .

- $V_1 = U_2 - U_1$ , cad:  $V_1 = 8$ .

- $t_1 = U_2 - 2 U_1$ , cad:  $t_1 = 1$ .

2. b. Déterminons  $V_n$ ,  $t_n$ , et  $t_n - V_n$  en fonction de  $n$ :

En ce qui concerne ( $V_n$ ):

Pour tout entier naturel  $n$ :  $V_n = U_{n+1} - U_n$

D'où:  $V_{n+1} = U_{n+2} - U_{n+1}$

$$= (3 U_{n+1} - 2 U_n) - (U_{n+1})$$

$$\begin{aligned}
 &= 2 U_{n+1} - 2 U_n \\
 &= 2 (U_{n+1} - U_n) = (2 V_n).
 \end{aligned}$$

Donc:  $V_{n+1} = 2 V_n, n \in \mathbb{N}$ .

Ainsi, la suite  $(V_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = 2$  et de premier terme  $V_0 = 4$ :  $V_n = 4 \times (2)^n, n \in \mathbb{N}$ .

En ce qui concerne  $(t_n)$ :

Pour tout entier naturel  $n$ :  $t_n = U_{n+1} - 2 U_n$ .

$$\begin{aligned}
 \text{D'où: } t_{n+1} &= U_{n+2} - 2 U_{n+1} \\
 &= (3 U_{n+1} - 2 U_n) - (2 U_{n+1}) \\
 &= U_{n+1} - 2 U_n = (t_n).
 \end{aligned}$$

Donc:  $t_{n+1} = t_n = t_{n-1} = \dots = t_1 = t_0 = 1$ .

Ainsi, la suite  $(t_n)$  est une suite constante ou stationnaire:  $t_n = 1, n \in \mathbb{N}$ .

En ce qui concerne  $t_n - V_n$ :

Pour tout entier naturel  $n$ :  $t_n - V_n = 1 - 4 \times (2)^n, n \in \mathbb{N}$ .

3. Déduisons-en  $U_n$  en fonction de  $n$ :

Pour tout entier naturel  $n$ , nous remarquons que:

$$\begin{aligned}
 t_n - V_n &= (U_{n+1} - 2 U_n) - (U_{n+1} - U_n) \\
 &= -U_n.
 \end{aligned}$$

Donc:  $U_n = -(t_n - V_n)$  cad  $U_n = 4 \times (2)^n - 1, n \in \mathbb{N}$ .