T^{LE}

Technologique Mathématiques

Suites Géométriques

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

COMMENT DÉTERMINER " n " ?

CORRECTION

Déterminons " n ":

a. $U_0 = 1,\ q = 2$ et $U_0 + U_1 + U_2 + ... + U_n = 63$:

D'après le cours: $U_0 + U_1 + U_2 + ... + U_n = U_0 \times \left(\frac{1 - q^{(n+1)}}{1 - q}\right)$, avec $q \neq 1$.

Or ici: $U_0 = 1,\ q = 2$ et $U_0 + U_1 + U_2 + ... + U_n = 63$.

Dans ces conditions: $1 \times \left(\frac{1 - (2)^{(n+1)}}{1 - 2}\right) = 63$

<=> $2^{(n+1)} - 1 = 63$

<=> $2 \times 2^n = 64$

<=> $2^n = 32$.

Ainsi: $n = 5$ car $2^5 = 32$.

b. $U_0 = 2,\ q = 3$ et $U_0 + U_1 + U_2 + ... + U_n = 2\,186$:

D'après le cours: $U_0 + U_1 + U_2 + ... + U_n = U_0 \times \left(\frac{1 - q^{(n+1)}}{1 - q}\right)$, avec $q \neq 1$.

Or ici: $U_0 = 2$, $q = 3$ et $U_0 + U_1 + U_2 + ... + U_n = 2\,186$.

Dans ces conditions: $2 \times \left(\dfrac{1 - (3)^{(n+1)}}{1 - 3} \right) = 2\,186$

$<=>$ $3^{(n+1)} - 1 = 2\,186$

$<=>$ $3 \times 3^n = 2\,187$

$<=>$ $3^n = 729$.

Ainsi: $n = 6$ car $3^6 = 729$.

c. $U_0 = 12$, $q = 3$ et $U_0 + U_1 + U_2 + ... + U_n = 480$:

D'après le cours: $U_0 + U_1 + U_2 + ... + U_n = U_0 \times \left(\dfrac{1 - q^{(n+1)}}{1 - q} \right)$, avec $q \neq 1$.

Or ici: $U_0 = 12$, $q = 3$ et $U_0 + U_1 + U_2 + ... + U_n = 480$.

Dans ces conditions: $12 \times \left(\dfrac{1 - (3)^{(n+1)}}{1 - 3} \right) = 480$

$<=>$ $3^{(n+1)} - 1 = 80$

$<=>$ $3 \times 3^n = 81$

$<=>$ $3^n = 27$.

Ainsi: $n = 3$ car $3^3 = 27$.

d. $U_2 = \dfrac{7}{9}$, $q = \dfrac{1}{3}$ et $U_2 + U_3 + U_4 + ... + U_n = \dfrac{91}{81}$:

D'après le cours: $U_p + U_{p+1} + U_{p+2} + ... + U_n = U_p \times \left(\frac{1 - q^{(n-p+1)}}{1 - q} \right)$, avec $q \neq 1$.

Or ici: $U_2 = \frac{7}{9}$, $q = \frac{1}{3}$ et $U_2 + U_3 + U_4 + ... + U_n = \frac{91}{81}$.

Dans ces conditions: $$\frac{7}{9} \times \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{(n-2+1)}}{1 - \frac{1}{3}} \right) = \frac{91}{81}$$

$$\Longleftrightarrow \quad 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{(n-2+1)} = \frac{91}{81} \times \frac{6}{7}$$

$$\Longleftrightarrow \quad 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{(n-1)} = \frac{26}{27}$$

$$\Longleftrightarrow \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{(n-1)} = \frac{1}{27}.$$

Ainsi: $n = 4$ car $\left(\frac{1}{3}\right)^{(4-1)} = \frac{1}{27}$.

e. $U_3 = \frac{3}{64}$, $q = \frac{1}{4}$ et $U_3 + U_4 + U_5 + ... + U_n = \frac{15}{16^2}$:

D'après le cours: $U_p + U_{p+1} + U_{p+2} + ... + U_n = U_p \times \left(\frac{1 - q^{(n-p+1)}}{1 - q} \right)$, avec $q \neq 1$.

Or ici: $U_3 = \frac{3}{64}$, $q = \frac{1}{4}$ et $U_3 + U_4 + U_5 + ... + U_n = \frac{15}{16^2}$.

Dans ces conditions: $$\frac{3}{64} \times \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{(n-3+1)}}{1 - \frac{1}{4}} \right) = \frac{15}{16^2}$$

$$\iff 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{(n-3+1)} = \frac{5}{4} \times \frac{3}{4}$$

$$\iff 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{(n-2)} = \frac{15}{16}$$

$$\iff \left(\frac{1}{4}\right)^{(n-2)} = \frac{1}{16}.$$

Ainsi: $n = 4$ car $\left(\frac{1}{4}\right)^{(4-2)} = \frac{1}{16}.$