

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

Suites
arithmético-géométriques



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

UN PETIT CAFÉ !

ÉNONCÉ

Sur un site de vente en ligne, Antoine a commandé une machine à café à capsules.

1. Chaque capsule achetée à l'unité coûte 0,60 €. Une offre permet d'acquérir 150 capsules au prix de 60 €.

De quel pourcentage de réduction bénéficie-t-on grâce à l'offre par rapport à un achat à l'unité ?

2. Au 1^{er} janvier 2017, on comptait 60 000 utilisateurs de cette machine à café.

On estime que chaque mois, 10% des propriétaires cessent de l'utiliser mais on compte 24 000 nouveaux utilisateurs.

a. Expliquer pourquoi le nombre d'utilisateurs de cette machine à café n mois après le 1^{er} janvier 2017, peut être modélisé par la suite (U_n) définie par:

$$U_0 = 60000 \text{ et } U_{n+1} = 0,9 U_n + 24000.$$

b. On considère la suite (V_n) définie, pour tout entier naturel n , par:

$$V_n = U_n - 240000.$$

Démontrer que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

3. a. n étant un entier naturel, exprimer V_n en fonction de n .
- b. En déduire que pour tout entier naturel n , $U_n = 240\,000 - 180\,000 \times 0,9^n$.
4. Au bout de combien de mois le nombre d'utilisateurs de cette machine à café dépassera-t-il pour la première fois 230 000 ?
5. L'entreprise qui fabrique cette machine à café prétend qu'elle touchera un certain mois plus de 250 000 utilisateurs. Que penser de cette affirmation ?