

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

**Suites
arithmético-géométriques**



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LE RÉSULTAT NET

CORRECTION

1. Déterminons le montant du résultat net réalisé à la fin du mois de mars 2018:

Il s'agit de calculer U_2 . (février = U_1 , et mars = U_2)

$$U_2 = (1 + 2\%) U_1 - 500, \text{ avec: } U_1 = (1 + 2\%) U_0 - 500.$$

$$\begin{aligned} \text{D'où: } U_2 &= (1,02) U_1 - 500 \\ &= (1,02) [(1,02) U_0 - 500] - 500 \\ &= (1,02)^2 \times 10000 - 510 - 500 \\ &\Rightarrow U_2 = 9394 \text{ euros.} \end{aligned}$$

Ainsi, le résultat net de la société de Pierre à la fin du mois de mars 2018 est de: 9394 euros.

2. a. Montrons que (a_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme a_0 que l'on précisera:

$$\begin{aligned} a_n = U_n - 25000 &\Leftrightarrow a_{n+1} = U_{n+1} - 25000 \\ &\Leftrightarrow a_{n+1} = (1,02 U_n - 500) - 25000 \quad (1). \end{aligned}$$

$$\text{Or: } a_0 = U_0 - 25000 \Rightarrow a_0 = 10000 - 25000 = -15000 \text{ et } U_n = a_n + 25000.$$

$$\begin{aligned} \text{Ainsi: } (1) &\Leftrightarrow a_{n+1} = (1,02 [a_n + 25000] - 500) - 25000 \\ &\Rightarrow a_{n+1} = 1,02 a_n. \end{aligned}$$

Par conséquent, (a_n) est bien une suite géométrique de raison $q = 1,02$ et de premier terme $a_0 = -15000$ euros.

2. b. b1. Exprimons a_n en fonction de n :

Comme $a_{n+1} = 1,02 a_n$, d'après le cours nous pouvons affirmer que:

$$a_n = a_0 \times (1,02)^n, \text{ avec } a_0 = -15000 \text{ euros.}$$

2. b. b2. Déduisons-en que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n = 25000 - 15000 \times (1,02)^n$:

Nous savons que: * $a_n = -15000 \times (1,02)^n$

* $U_n = a_n + 25000$.

D'où: $U_n = -15000 \times (1,02)^n + 25000$ ou: $U_n = 25000 - 15000 \times (1,02)^n$.

2. c. Résolvons l'inéquation $25000 - 15000 \times (1,02)^n > 0$ et interprétons:

Nous allons déterminer " n " tel que: $U_n > 0$.

$$U_n > 0 \Leftrightarrow 25000 - 15000 \times (1,02)^n > 0$$

$$\Leftrightarrow (1,02)^n < \frac{5}{3}$$

$$\Leftrightarrow n \cdot \ln(1,02) < \ln\left(\frac{5}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow n < \frac{\ln\left(\frac{5}{3}\right)}{\ln(1,02)}$$

$\Rightarrow n < 25$ mois, car n est un entier naturel.

En conclusion: 25 mois après janvier 2018, le résultat net de la société de Pierre deviendra négatif !

En d'autres termes, à partir de **mars 2018**, l'entreprise familiale de Pierre commencera à perdre de l'argent.

3. Recopions et complétons l'algorithme pour atteindre l'objectif demandé:

L'algorithme recopié et complété est le suivant:

```

U ← 10000
S ← 0
N ← 0
Tant que N ≤ 25
    S ← S + U
    U ← 1,02 × U - 500
    N ← N + 1
Fin Tant que
  
```