

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

Suites
arithmético-géométriques



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

LE BARRAGE

ÉNONCÉ

Un lac de montagne est alimenté par une rivière et régulé par un barrage, situé en aval, d'une hauteur de 10 m.

On mesure le niveau d'eau du lac chaque jour à midi.

Le 1^{er} janvier 2018, à midi, le niveau d'eau du lac était de 6,05 m.

Entre deux mesures successives, le niveau d'eau du lac évolue de la façon suivante:

- d'abord une augmentation de 6 % (apport de la rivière);
- ensuite une baisse de 15 cm (écoulement à travers le barrage).

1. On modélise l'évolution du niveau d'eau du lac par une suite (U_n) , le terme U_n représentant le niveau d'eau du lac à midi, en cm, n jours après le 1^{er} janvier 2018.

Ainsi le niveau d'eau du lac le 1^{er} janvier 2018 à midi est donné par $U_0 = 605$.

a. Calculer le niveau du lac, en cm, le 2 janvier 2018 à midi.

b. Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$: $U_{n+1} = 1,06 U_n - 15$.

2. On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$: $V_n = U_n - 250$.

a. Montrer que la suite (V_n) est géométrique de raison 1,06 et préciser son terme initial.

b. Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$: $U_n = 355 \times 1,06^n + 250$.

3. Lorsque le niveau du lac dépasse 10m, l'équipe d'entretien doit agrandir l'ouverture des vannes du barrage.

a. Déterminer la limite de la suite (U_n) .

b. L'équipe d'entretien devra-t-elle ouvrir les vannes afin de réguler le niveau d'eau ?

4. Afin de déterminer la première date d'intervention des techniciens, on souhaite utiliser l'algorithme incomplet ci-dessous:

$N \leftarrow 0$ $U \leftarrow 605$ Tant que faire $U \leftarrow \dots\dots\dots$ $N \leftarrow N + 1$ Fin Tant que
--

a. Recopier et compléter l'algorithme.

b. À la fin de l'exécution de l'algorithme, que contient la variable N ?

c. En déduire la première date d'intervention des techniciens sur les vannes du barrage.