

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

Suites
arithmético-géométriques



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

LA TÉLÉPHONIE MOBILE

ÉNONCÉ

En 2010, un opérateur de téléphonie mobile avait un million de clients. Depuis, chaque année, l'opérateur perd 10% de ses clients, mais regagne dans le même temps 60 000 nouveaux clients.

1. a. On donne l'algorithme ci-dessous. Expliquer ce que l'on obtient avec cet algorithme.

Variables :	k, NbClients
Traitement :	Affecter à k la valeur 0
	Affecter à NbClients la valeur 1 000 000
	Tant que k < 8
	affecter à k la valeur k+1
	affecter à NbClients la valeur $0,9 \times \text{NbClients} + 60\,000$
	Afficher NbClients
	Fin Tant que

b. Recopier et compléter le tableau ci-dessous avec toutes les valeurs affichées pour k allant de 0 jusqu'à 5.

k	0	1	2	3	4	5
NbClients						

2. En supposant que cette évolution se poursuit de la même façon, la situation peut être modélisée par la suite (U_n) définie pour tout entier naturel n, par:

$$\begin{cases} U_0 = 1000 \\ U_{n+1} = 0,9U_n + 60 \end{cases}$$

Le terme U_n donne une estimation du nombre de clients, en millier, pour l'année $2010 + n$.

Pour étudier la suite (U_n) , on considère la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par: $V_n = U_n - 600$.

- Montrer que la suite (V_n) est géométrique de raison $0,9$.
- Déterminer l'expression de V_n en fonction de n .
- Montrer que pour tout entier naturel n , on a $U_n = 400 \times 0,9^n + 600$.
- Montrer que la suite (U_n) est décroissante et interpréter le résultat.

- À la suite d'une campagne publicitaire conduite en 2013, l'opérateur de téléphonie observe une modification du comportement de ses clients.

Chaque année à compter de l'année 2014, l'opérateur ne perd plus que **8% de ses clients et regagne 100 000 nouveaux clients**.

Le nombre de clients comptabilisés en 2014 était égal à 860 000.

En supposant que cette nouvelle évolution se poursuive durant quelques années, déterminer le nombre d'années nécessaire pour que l'opérateur retrouve au moins un million de clients.