

www.freemaths.fr

TLE

# Technologique Mathématiques

Suites  
arithmético-géométriques



**ÉNONCÉ** DE L'EXERCICE

# AGRICULTURE BIO

## ÉNONCÉ

En 2018, Laurence, souhaitant se lancer dans l'agriculture biologique, a acheté une ferme de 14 hectares de pommiers. Elle estime qu'il y a 300 pommiers par hectare. Chaque année, Laurence éliminera 4% des pommiers existants et replantera 22 nouveaux pommiers par hectare.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $U_n$  le nombre de pommiers par hectare l'année 2018 +  $n$ . On a ainsi:  $U_0 = 300$ .

1. a. Justifier que, pour tout entier naturel  $n$ , on a  $U_{n+1} = 0,96 U_n + 22$ .

b. Estimer le nombre de pommiers par hectare, arrondi à l'unité, en 2020.

2. Laurence veut savoir à partir de quelle année la densité de pommiers dépassera le nombre de 400 pommiers par hectare. Pour cela, on utilise l'algorithme suivant:

$N \leftarrow 0$ $U \leftarrow 300$ Tant que $U \dots$ $N \leftarrow N + 1$ $U \leftarrow \dots$ Fin Tant que
--

a. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessus pour qu'il détermine le rang<sup>2</sup> de l'année cherchée.

b. Quelle est la valeur de  $N$  en sortie de l'algorithme ?

3. On définit la suite  $(V_n)$  en posant  $V_n = U_n - 550$ , pour tout entier naturel  $n$ .

a. Démontrer que  $(V_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme  $V_0$ .

b. Pour tout entier naturel  $n$ , exprimer  $V_n$  en fonction de  $n$  puis démontrer que:

$$U_n = 550 - 250 \times 0,96^n.$$

c. Estimer le nombre de pommiers de l'exploitation de Laurence en 2025.

d. En résolvant l'inéquation  $U_n > 400$ , retrouver le résultat obtenu à la question 2. b.