T^LE^ Technologique Mathématiques

Limite d’une Suite

CORRIGÉ DE L’EXERCICE

LA NATURE D'UNE SUITE (U_n) 7

CORRECTION

Préalablement, notons que déterminer la nature d'une suite revient à dire si la suite est convergente ou divergente.

1. Déterminons la nature de la suite (U_n):

Ici: $U_n = \dfrac{3 \ln(n)}{n^2}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\lim_{n \to +\infty} U_n = \lim_{n \to +\infty} \frac{3 \ln(n)}{n^2}.$$

Or, d'après le théorème des croissances comparées: $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} \frac{\ln(n)}{n^2} = 0$.

Dans ces conditions: $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} U_n = 0$.

En conclusion, comme $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} U_n = 0$, limite finie: la suite (U_n) est convergente et converge vers 0.

2. Déterminons la nature de la suite (U_n):

Ici: $U_n = \dfrac{e^n}{7n^6}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\lim_{n \to +\infty} U_n = \lim_{n \to +\infty} \frac{e^n}{7n^6}.$$

Or, d'après le théorème des croissances comparées: $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{e^n}{n^6} = +\infty$.

Dans ces conditions: $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = +\infty$.

En conclusion, comme $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = +\infty$: **la suite (U_n) est divergente.**