

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

Limite d'une Suite



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LA NATURE D'UNE SUITE (U_n)

5

CORRECTION

Préalablement, notons que déterminer la nature d'une suite revient à dire si la suite est convergente ou divergente.

1. Déterminons la nature de la suite (U_n) :

Ici: $U_n = 8 + \sqrt{3} \left(\frac{7}{8}\right)^n$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 8 + \sqrt{3} \left(\frac{7}{8}\right)^n.$$

Or: • $\lim_{n \rightarrow +\infty} 8 = 8$.

• $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{3} \left(\frac{7}{8}\right)^n = 0$ (car: $\frac{7}{8} < 1$).

Dans ces conditions: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 8$ ($8 + 0$).

En conclusion, comme $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 8$, limite finie: la suite (U_n) est

convergente et converge vers 8.

2. Déterminons la nature de la suite (U_n) :

$$\text{Ici: } U_n = 1 + \frac{1 - (\sqrt{2})^n}{1 - \sqrt{2}} \Leftrightarrow U_n = \frac{2 - \sqrt{2} - (\sqrt{2})^n}{1 - \sqrt{2}}, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}^*.$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2 - \sqrt{2} - (\sqrt{2})^n}{1 - \sqrt{2}}.$$

$$\text{Or: } \bullet \lim_{n \rightarrow +\infty} 2 - \sqrt{2} - (\sqrt{2})^n = -\infty \quad \left(\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{2})^n = +\infty \text{ car: } \sqrt{2} > 1 \right).$$

$$\bullet \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 - \sqrt{2} = 1 - \sqrt{2} < 0.$$

$$\text{Dans ces conditions: } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty \quad \left(\frac{-\infty}{1 - \sqrt{2} < 0} \right).$$

En conclusion, comme $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$: la suite (U_n) est **divergente**.