

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

Limite d'une Suite



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LA NATURE D'UNE SUITE (U_n)

2

CORRECTION

Préalablement, notons que déterminer la nature d'une suite revient à dire si la suite est convergente ou divergente.

1. Déterminons la nature de la suite (U_n) :

Ici: $U_n = \left(\frac{3}{5}\right)^n + \frac{5}{n^3}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{5}\right)^n + \frac{5}{n^3}.$$

Or: • $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{5}\right)^n = 0$ (car: $\frac{3}{5} \in]0; 1[$).

• $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5}{n^3} = 0.$

Dans ces conditions: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0 + 0 = 0.$

En conclusion, comme $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$, limite finie: la suite (U_n) est

convergente et converge vers 0.

2. Déterminons la nature de la suite (U_n) :

$$\text{Ici: } U_n = \frac{-(\sqrt{3})^n}{\left(\frac{1}{e}\right)^n} \Leftrightarrow U_n = -(\sqrt{3}e)^n, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}^*.$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} -(\sqrt{3}e)^n.$$

$$\text{Or: } \lim_{n \rightarrow +\infty} -(\sqrt{3}e)^n = -\infty \quad (\text{car: } \sqrt{3}e > 1).$$

$$\text{Dans ces conditions: } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -\infty.$$

En conclusion, comme $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -\infty$: la suite (U_n) est **divergente**.

3. Déterminons la nature de la suite (U_n) :

$$\text{Ici: } U_n = \frac{5^n}{4^{n+2}} \Leftrightarrow U_n = \frac{1}{16} \times \left(\frac{5}{4}\right)^n, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}^*.$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{16} \times \left(\frac{5}{4}\right)^n.$$

$$\text{Or: } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{5}{4}\right)^n = +\infty \quad (\text{car: } \frac{5}{4} > 1).$$

$$\text{Dans ces conditions: } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty.$$

En conclusion, comme $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$: la suite (U_n) est **divergente**.