

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

**TLE**

# Technologique Mathématiques

**Limite d'une Suite**



**CORRIGÉ DE L'EXERCICE**

# LA NATURE D'UNE SUITE $(U_n)$

1

## CORRECTION

Préalablement, notons que déterminer la nature d'une suite revient à dire si la suite est convergente ou divergente.

1. Déterminons la nature de la suite  $(U_n)$ :

$$\text{Ici: } U_n = \frac{2n^2}{3n^3 + 7n^2}, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}^*.$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2}{3n^3 + 7n^2}.$$

$$\text{Or: } \bullet \lim_{n \rightarrow +\infty} 2n^2 = \lim_{n \rightarrow +\infty} 2n^2.$$

$$\bullet \lim_{n \rightarrow +\infty} 3n^3 + 7n^2 = \lim_{n \rightarrow +\infty} n^3 \left( 3 + \frac{7}{n} \right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} 3n^3 \left( \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7}{n} = 0 \right).$$

$$\text{Dans ces conditions: } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2}{3n^3}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2}{3n}$$

$$= 0.$$

En conclusion, comme  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$ , limite finie: la suite  $(U_n)$  est

**convergente et converge vers 0.**

2. Déterminons la nature de la suite  $(U_n)$ :

Ici:  $U_n = \frac{3n^3 + 7n^2}{2n^2}$ , pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ .

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^3 + 7n^2}{2n^2}.$$

Or: •  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 3n^3 + 7n^2 = \lim_{n \rightarrow +\infty} n^3 \left( 3 + \frac{7}{n} \right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} 3n^3 \left( \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7}{n} = 0 \right).$

•  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2n^2 = \lim_{n \rightarrow +\infty} 2n^2.$

Dans ces conditions:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^3 + 7n^2}{2n^2}$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^3}{2n^2}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n}{2}$$

$$= +\infty.$$

En conclusion, comme  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$ : la suite  $(U_n)$  est **divergente**.