

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

Limite d'une Suite



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LIMITE DE LA SUITE (U_n) EN $+\infty$

8

CORRECTION

1. Étudions la limite de la suite (U_n) en $+\infty$:

Ici: $U_n = \frac{n^2 - 7}{n - 3}$, pour tout entier naturel $n > 3$.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 - 7}{n - 3}$$

Or: • $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 - 7 = \lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \left(1 - \frac{7}{n^2}\right)$

• $\lim_{n \rightarrow +\infty} n - 3 = \lim_{n \rightarrow +\infty} n \left(1 - \frac{3}{n}\right)$

Et: • $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-7}{n^2} = 0^-$

• $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-3}{n} = 0^-$

Dans ces conditions: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 (1 + 0^-)}{n (1 + 0^-)}$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2}{n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} n$$

$$= +\infty.$$

2. Étudions la limite de la suite (U_{2n}) en $+\infty$:

$$\text{Ici: } U_{2n} = \frac{3n^3 + n^2}{5n - 100}, \text{ pour tout entier naturel } n > 20.$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_{2n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^3 + n^2}{5n - 100}.$$

$$\text{Or: } \bullet \lim_{n \rightarrow +\infty} 3n^3 + n^2 = \lim_{n \rightarrow +\infty} n^3 \left(3 + \frac{1}{n} \right)$$

$$\bullet \lim_{n \rightarrow +\infty} 5n - 100 = \lim_{n \rightarrow +\infty} n \left(5 - \frac{100}{n} \right).$$

$$\text{Et: } \bullet \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0^+$$

$$\bullet \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-100}{n} = 0^-.$$

$$\text{Dans ces conditions: } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_{2n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 (3 + 0^+)}{n (5 + 0^-)}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^3}{5n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2}{5}$$

$$= +\infty.$$