

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

**TLE**

# Technologique Mathématiques

**Limite d'une Suite**



**CORRIGÉ DE L'EXERCICE**

# LIMITE DE LA SUITE $(U_n)$ EN $+\infty$

7

## CORRECTION

1. Étudions la limite de la suite  $(U_n)$  en  $+\infty$ :

Ici:  $U_n = (6n^3 - 3)(\sqrt{n} - 2)$ , pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ .

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} (6n^3 - 3)(\sqrt{n} - 2).$$

Or: •  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 6n^3 - 3 = \lim_{n \rightarrow +\infty} n^3 \left(6 - \frac{3}{n^3}\right) = +\infty$   $\left(\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-3}{n^3} = 0^-\right)$

•  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n} - 2 = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n} \left(1 - \frac{2}{\sqrt{n}}\right) = +\infty$   $\left(\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-2}{\sqrt{n}} = 0^-\right)$ .

Dans ces conditions:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = (+\infty) \times (+\infty) = +\infty$ .

2. Étudions la limite de la suite  $(U_{2n})$  en  $+\infty$ :

Ici:  $U_{2n} = (-n^2 - 1)\sqrt{n^2 + 7}$ , pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ .

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_{2n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} (-n^2 - 1)\sqrt{n^2 + 7}.$$

Or: •  $\lim_{n \rightarrow +\infty} -n^2 - 1 = \lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \left( -1 - \frac{1}{n^2} \right) = -\infty \quad \left( \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-1}{n^2} = 0^- \right)$

•  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n^2 + 7} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n^2 \left( 1 + \frac{7}{n^2} \right)}$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} n \sqrt{1 + \frac{7}{n^2}}$$

$$= +\infty \quad \left( \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7}{n^2} = 0^+ \right).$$

Dans ces conditions:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_{2n} = (-\infty) \times (+\infty) = -\infty.$