

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

Limite d'une Suite



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LIMITE DE LA SUITE (U_n) EN $+\infty$

5

CORRECTION

1. Étudions la limite de la suite (U_n) en $+\infty$:

Ici: $U_n = n\sqrt{n}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} n\sqrt{n}.$$

Or: • $\lim_{n \rightarrow +\infty} n = +\infty$

• $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n} = +\infty.$

Dans ces conditions: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = (+\infty) \times (+\infty) = +\infty.$

2. Étudions la limite de la suite (U_{2n}) en $+\infty$:

Ici: $U_{2n} = \sqrt{n^2 + 1}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_{2n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n^2 + 1}.$$

Or: $U_{2n} = \sqrt{n^2 + 1} \Leftrightarrow U_{2n} = \sqrt{n^2 \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)}$

$$\Leftrightarrow u_{2n} = n \times \sqrt{1 + \frac{1}{n^2}} \quad (n > 0)$$

Et: • $\lim_{n \rightarrow +\infty} n = +\infty$

• $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2} = 0^+$.

Dans ces conditions: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_{2n} = (+\infty) \times (\sqrt{1 + 0^+}) = +\infty$.