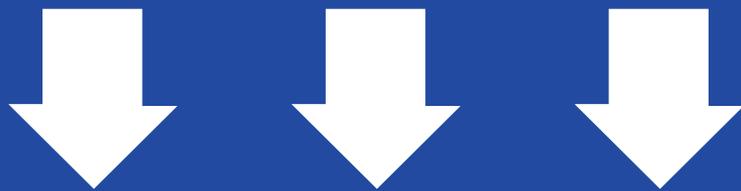


[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

**TLE**

# Technologique Mathématiques

**Espérance & Variance**



**CORRIGÉ DE L'EXERCICE**

# VARIABLES ALÉATOIRES X ET $Z = \frac{1}{X}$

## CORRECTION

1 Calculons  $E(Z)$ :

- **Étape 1:** détermination de la loi de probabilité de  $X$ .

Les valeurs que peut prendre la variable aléatoire (v. a.)  $X$  sont:

$$1, 2, 3.$$

Ainsi,  $X(\Omega)$  l'ensemble des valeurs que peut prendre la v. a.  $X$  est:

$$X(\Omega) = \{1, 2, 3\}.$$

Il y a donc 3 possibilités.

Comme les valeurs prises par la v. a.  $X$  sont équiprobables, nous avons:

$$P(X=1) = P(X=2) = P(X=3) = \frac{1}{3}.$$

La loi de probabilité de la v. a.  $X$  est donc:

$x_i$	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

- **Étape 2:** détermination de la loi de probabilité de  $Z$ .

Les valeurs que peut prendre la variable aléatoire (v. a.)  $Z$  sont:

$$\frac{1}{3} = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}.$$

Ainsi,  $Z(\Omega)$  l'ensemble des valeurs que peut prendre la v. a.  $Z$  est:

$$Z(\Omega) = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \right\}.$$

Il y a donc 3 possibilités.

Comme les valeurs prises par la v. a.  $X$  sont équiprobables, il en est de

même pour celles de la v. a.  $Z$ :  $P(Z=1) = P\left(Z=\frac{1}{2}\right) = P\left(Z=\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$ .

La loi de probabilité de la v. a.  $Z$  est donc:

$z_i$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
$P(Z=z_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

- **Étape 3:** calcul effectif de  $E(Z)$ .

D'après le cours:  $E(Z) = \sum_{i=1}^n P(Z=z_i) \times z_i$ .

$$\text{Ici: } E(Z) = \left(\frac{1}{3} \times 1\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}\right) = \frac{11}{18}.$$

## 2 Déduisons-en V (Z):

D'après le cours:  $V(X) = \sum_{i=1}^n P(X = x_i) \times x_i^2 - [E(X)]^2$ .

$$\begin{aligned} \text{Ici: } V(Z) &= \left(\frac{1}{3} \times 1^2\right) + \left(\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2\right) + \left(\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{3}\right)^2\right) - \left[\frac{11}{18}\right]^2 \\ &= \frac{13}{162}. \end{aligned}$$