www.freemaths.fr

T^{LE}

Technologique Mathématiques

Espérance & Variance

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

PIÈCE & DÉ : ON LANCE !

CORRECTION

1. Déterminons la loi de probabilité de X:

- Les valeurs que peut prendre la variable aléatoire (v.a.) X sont:

$$-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.$$

Ainsi, X (Ω) l'ensemble des valeurs que peut prendre la v.a. X est:

$$X(\Omega) = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}.$$

- Ici, l'univers Ω est l'ensemble de tous les couples (a, b), " a " étant le résultat du dé et " b " celui de la pièce, résultant de l'expérience aléatoire consistant à lancer simultanément un dé non pipé et une pièce de monnaie dont les faces sont marquées +3 et -3.

Dans ces conditions: $\Omega = \{(1, -3), (1, 3), (2, -3), (2, 3), (3, -3), (3, 3), (4, -3), (4, 3), (5, -3), (5, 3), (6, -3), (6, 3)\}$.

Ainsi, il y a 12 couples.

Il est bon de noter que: **la probabilité d'avoir un couple (a, b) est de $\frac{1}{6}$ (le dé) multiplié par $\frac{1}{2}$ (la pièce de monnaie) soit de $\frac{1}{12}$.**

- Nous avons:
  - $P(X = -2) = \frac{1}{12}$;
  - $P(X = -1) = \frac{1}{12}$;
  - $P(X = 0) = \frac{1}{12}$;
  - $P(X = 1) = \frac{1}{12}$;
  - $P(X = 2) = \frac{1}{12}$;
  - $P(X = 3) = \frac{1}{12}$;
  - $P(X = 4) = \frac{1}{12}$;
  - $P(X = 5) = \frac{1}{12}$;
  - $P(X = 6) = \frac{1}{12}$;
  - $P(X = 7) = \frac{1}{12}$;
  - $P(X = 8) = \frac{1}{12}$;
  - $P(X = 9) = \frac{1}{12}$.

Notons que:

- les valeurs prises par la v.a. X sont équiprobables,

- $P(X=-2)+P(X=-1)+P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)$
  $+P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)+P(X=6)+P(X=7)$
  $+P(X=8)+P(X=9)=1.$

- La loi de probabilité de la v.a. X est donc:

x_i	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$

2. a. Calculons E (X):

D'après le cours: $E(X)=\sum_{i=1}^{n} P(X=x_i)\times x_i.$

Ici: $E(X)=\left(\frac{1}{12}\times -2\right)+\left(\frac{1}{12}\times -1\right)+\left(\frac{1}{12}\times 0\right)+\ldots+\left(\frac{1}{12}\times 9\right)=\frac{7}{2}.$

2. b. Calculons V (X):

D'après le cours: $V(X)=\sum_{i=1}^{n} P(X=x_i)\times x_i^2-[E(X)]^2.$

Ici: $V(X)=\left(\frac{1}{12}\times (-2)^2\right)+\left(\frac{1}{12}\times (-1)^2\right)+\left(\frac{1}{12}\times (0)^2\right)+\ldots+\left(\frac{1}{12}\times 9^2\right)$

$-\left[\frac{7}{2}\right]^2=\frac{143}{12}.$

3. Déterminons la valeur de P (X < 4):

Nous avons: $P(X<4)=P(X\leqslant 3).$

Dans ces conditions: $P(X<4) = P(X=-2) + P(X=-1) + P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$

$$= \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12}$$

$$= \frac{1}{2}.$$

Ainsi, la probabilité que la variable aléatoire X soit strictement inférieure à 4 est de 50%.