

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

Espérance & Variance



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LANCER SIMULTANÉ DE 2 DÉS IDENTIQUES

CORRECTION

1. Déterminons la loi de probabilité de X:

- Les valeurs que peut prendre la variable aléatoire (v.a.) X sont:

$$2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.$$

Ainsi, $X(\Omega)$ l'ensemble des valeurs que peut prendre la v.a. X est:

$$X(\Omega) = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 \}.$$

- Nous savons que l'univers Ω ou ensemble fondamental est l'ensemble de toutes les réalisations possibles d'une expérience aléatoire.

Ici, Ω est l'ensemble de tous les couples **non ordonnés** (a, b) résultant de l'expérience aléatoire consistant à lancer simultanément deux dés non pipés identiques.

Non ordonnés car, comme les deux dés sont identiques, le couple (a, b) est égal au couple (b, a) .

Dans ces conditions: $\Omega = \{ (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), \dots \}$

(4, 4), (4, 5), (4, 6),
 (5, 5), (5, 6),
 (6, 6)}.

Ainsi, il y a 21 couples.

- Nous avons: • $P(X = 2) = \frac{1}{21};$
- $P(X = 3) = \frac{1}{21};$
- $P(X = 4) = \frac{2}{21};$
- $P(X = 5) = \frac{2}{21};$
- $P(X = 6) = \frac{3}{21};$
- $P(X = 7) = \frac{3}{21};$
- $P(X = 8) = \frac{3}{21};$
- $P(X = 9) = \frac{2}{21};$
- $P(X = 10) = \frac{2}{21};$
- $P(X = 11) = \frac{1}{21};$
- $P(X = 12) = \frac{1}{21}.$

Notons que: $P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6)$
 $+ P(X=7) + P(X=8) + P(X=9) + P(X=10) + P(X=11)$
 $+ P(X=12) = 1.$

• La loi de probabilité de la v.a. X est donc:

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$

2. a. Calculons $E(X)$:

D'après le cours: $E(X) = \sum_{i=1}^n P(X=x_i) \times x_i.$

$$\text{Ici: } E(X) = \left(\frac{1}{21} \times 2\right) + \left(\frac{1}{21} \times 3\right) + \left(\frac{2}{21} \times 4\right) + \dots + \left(\frac{1}{21} \times 12\right) = 7.$$

2. b. Calculons $V(X)$ et $\sigma(X)$:

D'après le cours: $V(X) = \sum_{i=1}^n P(X=x_i) \times x_i^2 - [E(X)]^2.$

$$\begin{aligned} \text{Ici: } V(X) &= \left(\frac{1}{21} \times 2^2\right) + \left(\frac{1}{21} \times 3^2\right) + \left(\frac{2}{21} \times 4^2\right) + \dots + \left(\frac{1}{21} \times 12^2\right) - [7]^2 \\ &= \frac{20}{3}. \end{aligned}$$

On en déduit, l'écart type: $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{20}{3}}.$