

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

Espérance & Variance



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

2 VARIABLES ALÉATOIRES

CORRECTION

1. a. Les différentes probabilités de la variable aléatoire X:

$$\bullet P(X = -1) = \frac{1}{5} + 0 + \frac{1}{5} = \frac{2}{5};$$

$$(P(X = -1 \cap Y = -1) + P(X = -1 \cap Y = 0) + P(X = -1 \cap Y = 1))$$

$$\bullet P(X = 0) = \frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15} = \frac{1}{5};$$

$$\bullet P(X = 1) = \frac{1}{5} + 0 + \frac{1}{5} = \frac{2}{5}.$$

Notons que: $P(X = -1) + P(X = 0) + P(X = 1) = 1.$

1. b. Les différentes probabilités de la variable aléatoire Y:

$$\bullet P(Y = -1) = \frac{1}{5} + \frac{1}{15} + \frac{1}{5} = \frac{7}{15};$$

$$(P(Y = -1 \cap X = -1) + P(Y = -1 \cap X = 0) + P(Y = -1 \cap X = 1))$$

$$\bullet P(Y = 0) = 0 + \frac{1}{15} + 0 = \frac{1}{15};$$

$$\bullet P(Y=1) = \frac{1}{5} + \frac{1}{15} + \frac{1}{5} = \frac{7}{15}.$$

Notons que: $P(Y=-1) + P(Y=0) + P(Y=1) = 1.$

2. a. Calculons $E(X)$:

D'après le cours: $E(X) = \sum_{i=1}^n P(X=x_i) \times x_i.$

$$\text{Ici: } E(X) = \left(\frac{2}{5} \times (-1)\right) + \left(\frac{1}{5} \times 0\right) + \left(\frac{2}{5} \times 1\right) = 0.$$

2. b. Calculons $E(Y)$:

D'après le cours: $E(Y) = \sum_{i=1}^n P(Y=y_i) \times y_i.$

$$\text{Ici: } E(Y) = \left(\frac{7}{15} \times (-1)\right) + \left(\frac{1}{15} \times 0\right) + \left(\frac{7}{15} \times 1\right) = 0.$$

3. a. Calculons $V(X)$:

D'après le cours: $V(X) = \sum_{i=1}^n P(X=x_i) \times x_i^2 - [E(X)]^2.$

$$\begin{aligned} \text{Ici: } V(X) &= \left(\frac{2}{5} \times (-1)^2\right) + \left(\frac{1}{5} \times 0^2\right) + \left(\frac{2}{5} \times 1^2\right) - [0]^2 \\ &= \frac{4}{5}. \end{aligned}$$

3. b. Calculons $V(Y)$:

D'après le cours: $V(X) = \sum_{i=1}^n P(X=x_i) \times x_i^2 - [E(X)]^2.$

$$\begin{aligned} \text{Ici: } V(Y) &= \left(\frac{7}{15} \times (-1)^2\right) + \left(\frac{1}{15} \times 0^2\right) + \left(\frac{7}{15} \times 1^2\right) - [0]^2 \\ &= \frac{14}{15}. \end{aligned}$$