TLE Technologique Mathématiques

Probas Totales & Indépendance

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

GLACES OU BONBONS ?

CORRECTION

1. Modélisons cette situation sous la forme d'un tableau à double entrée:

Nous avons le tableau à double entrée suivant:

	Glaces (G)	Bonbons ($\overline{G}$)	Total
Temps beau (B)	a = 52,5%	b = 17,5%	70%
Temps mauvais ($\overline{B}$)	c = 12%	d = 18%	30%
Total	64,5%	35,5%	1

En effet, d'après l'énoncé:
- $P_B(G) = 75\%$
- $P_{\overline{B}}(\overline{G}) = 60\%$
- $P(B) = 70\%$.

D'où:
- $P_B(\overline{G}) = 1 - 75\% = 25\%$
- $P_{\overline{B}}(G) = 1 - 60\% = 40\%$
- $P(\overline{B}) = 1 - 70\% = 30\%$.

Freemaths : Tous droits réservés

Ainsi:
- $a = P(G \cap B) = P_B(G) \times P(B)$
- $b = P(\overline{G} \cap B) = P_B(\overline{G}) \times P(B)$
- $c = P(G \cap \overline{B}) = P_{\overline{B}}(G) \times P(\overline{B})$
- $d = P(\overline{G} \cap \overline{B}) = P_{\overline{B}}(\overline{G}) \times P(\overline{B})$.

2. Déterminons la probabilité que les enfants de Pia mangent des bonbons et que le temps soit mauvais:

Ici, il s'agit de calculer: $P(\overline{G} \cap \overline{B})$.

D'après le tableau précédent, nous avons: $P(\overline{G} \cap \overline{B}) = 18\%$.

Ainsi, la probabilité que les enfants de Pia mangent des bonbons et que le temps soit mauvais est de **18%**.

3. Le temps est mauvais, déterminons la probabilité que les enfants de Pia mangent des glaces:

Ici, il s'agit de calculer: $P_{\overline{B}}(G)$.

D'après la question **1.**: $P_{\overline{B}}(G) = 40\%$.

Ainsi, la probabilité que les enfants de Pia mangent des glaces sachant que le temps est mauvais est de **40%**.

4. Déterminons la probabilité de manger des glaces:

Ici, il s'agit de déterminer: $P(G)$.

$$P(G) = P(G \cap B) + P(G \cap \overline{B})$$

$$= P_B(G) \times P(B) + P_{\overline{B}}(G) \times P(\overline{B}).$$

Freemaths : Tous droits réservés

D'après la question **1.**:

$$P(G) = 75\% \times 70\% + 40\% \times 30\% = 64,5\%.$$

Ainsi, la probabilité que les enfants de Pia mangent des glaces est de **64,5%**.

5. Les événements $\overline{G}$ et $\overline{B}$ sont-ils indépendants ?

D'après le cours, les événements $\overline{G}$ et $\overline{B}$ sont indépendants ssi:

$$P(\overline{G} \cap \overline{B}) = P(\overline{G}) \times P(\overline{B}).$$

Or ici, d'après le tableau à double entrée:
- $P(\overline{G} \cap \overline{B}) = 18\%$
- $P(\overline{G}) = 35,5\%$
- $P(\overline{B}) = 30\%$.

Comme $P(\overline{G} \cap \overline{B}) \neq P(\overline{G}) \times P(\overline{B})$ ($18\% \neq 35,5\% \times 30\%$), les événements $\overline{G}$ et $\overline{B}$ ne sont pas indépendants.

Interprétation: Cela signifie qu'il y a une relation entre manger des bonbons et le mauvais temps.

6. Calculons $P(\overline{G} \cup B)$:

D'après le cours, nous savons que d'une manière générale:

$$P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y).$$

Dans ces conditions: $P(\overline{G} \cup B) = P(\overline{G}) + P(B) - P(\overline{G} \cap B)$

$\Longleftrightarrow$ $P(\overline{G} \cup B) = 35,5\% + 70\% - 17,5\%$

$\Longleftrightarrow$ $P(\overline{G} \cup B) = 88\%$.

Freemaths : Tous droits réservés