T^{LE} Technologique Mathématiques

Arbres de Probabilités

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LE VIRUS

CORRECTION

1. Reproduisons et complétons l'arbre de probabilités:

D'après l'énoncé, nous avons:

- S_n = " l'individu est de type S en semaine n ".
- M_n = " l'individu est malade en semaine n ".
- I_n = " l'individu est immunisé en semaine n ".

- $P(S_0) = 1$
- $P(M_0) = 0$
- $P(I_0) = 0$

$(1 + 0 + 0 = 1)$.

- $P_{S_0}(S_1) = 85\%$
- $P_{S_0}(M_1) = 1 - 85\% - 10\% = 5\%$
- $P_{S_0}(I_1) = 10\%$

$(85\% + 5\% + 10\% = 1)$.

- $P_{S_1}(S_2) = 85\%$
- $P_{S_1}(M_2) = 5\%$
- $P_{S_1}(I_2) = 10\%$

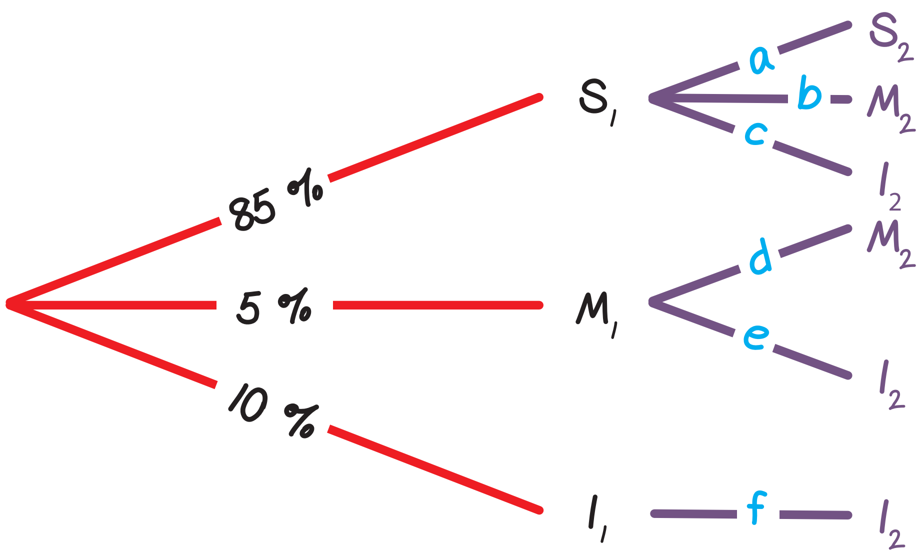
$(85\% + 5\% + 10\% = 1)$.

- $P_{M_1}(M_2) = 65\%$
- $P_{M_1}(I_2) = 35\%$

$(65\% + 35\% = 1)$.

- $P_{I_1}(I_2) = 1$.

D'où l'arbre de probabilités suivant:



, avec:

- $a = 85\ \%$
- $b = 5\ \%$
- $c = 10\ \%$
- $d = 65\ \%$
- $e = 35\ \%$
- $f = 1$

.

2. Montrons que $P(I_2) = 0,2025$:

Nous devons ainsi calculer: $P(I_2)$.

Or, l'événement $I_2 = (I_2 \cap S_1) \cup (I_2 \cap M_1) \cup (I_2 \cap I_1)$.

D'où: $P(I_2) = P(I_2 \cap S_1) + P(I_2 \cap M_1) + P(I_2 \cap I_1)$

$$= P_{S_1}(I_2) \times P(S_1) + P_{M_1}(I_2) \times P(M_1) + P_{I_1}(I_2) \times P(I_1).$$

Ainsi: $P(I_2) = 0,2025$.

Au total: $P(I_2) = 20,25\%$.

3. **Déterminons la probabilité qu'un individu ait été malade en semaine 1, sachant qu'il est immunisé en semaine 2:**

Cela revient à calculer: $P_{I_2}(M_1)$.

$$P_{I_2}(M_1) = \frac{P(I_2 \cap M_1)}{P(I_2)}$$

$$= \frac{P_{M_1}(I_2) \times P(M_1)}{P(I_2)}.$$

Ainsi: $P_{I_2}(M_1) \approx 0,086$.

Au total, la probabilité qu'un individu ait été malade en semaine 1, sachant qu'il est immunisé en semaine 2 est d'environ: $8,6\%$.