

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

**Nombres Complexes
Partie Géométrique**



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

UN PEU DE GÉOMÉTRIE !

5

CORRECTION

1. Justifions que le triangle OAB est isocèle en O :

Le triangle OAB est isocèle en O lorsque la longueur du côté $[OA]$ est égale à la longueur du côté $[OB]$.

Or: • la longueur du côté $[OA]$ est: $|z_A - z_0| = \sqrt{|(3)^2 + (c-9)|} = \sqrt{c}$

• la longueur du côté $[OB]$ est: $|z_B - z_0| = \sqrt{|(3)^2 + (c-9)|} = \sqrt{c}$.

Ainsi, $OA = OB$ et par conséquent: le triangle OAB est bien isocèle en O .

2. Démontrons qu'il existe une valeur du réel " c " pour laquelle le triangle OAB est rectangle, et donnons cette valeur:

Le triangle OAB isocèle en O est rectangle en O ssi l'angle en O vaut 90° .

Or: Le triangle OAB isocèle en O est rectangle en O ssi $\frac{z_B - z_0}{z_A - z_0}$ est un imaginaire pur.

$$\begin{aligned} \text{Ici: } \frac{z_B - z_0}{z_A - z_0} &= \frac{(3 - i\sqrt{c-9}) - 0}{(3 + i\sqrt{c-9}) - 0} \\ &= \frac{(3 - i\sqrt{c-9})(3 + i\sqrt{c-9})}{c} \end{aligned}$$

$$= \frac{9 - 6i\sqrt{c-9} - (c-9)}{c}$$

$$= \frac{18-c}{c} + i \cdot \left(\frac{-6\sqrt{c-9}}{c} \right).$$

Dans ces conditions, $\frac{z_B - z_0}{z_A - z_0}$ est un imaginaire pur ssi:

$$\frac{18-c}{c} = 0 \quad \text{cad} \quad c = 18.$$

Ainsi, il existe bien une valeur du réel " c " pour laquelle le triangle **OAB** est rectangle: $c = 18$.