

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

**TLE**

# Technologique Mathématiques

**Nombres Complexes  
Exercice de Synthèse**



**ÉNONCÉ DE L'EXERCICE**

## ÉNONCÉ

On considère la suite  $(z_n)$  de nombres complexes définie pour tout entier naturel  $n$  par :

$$\begin{cases} z_0 = 0 \\ z_{n+1} = \frac{1}{2}i \times z_n + 5 \end{cases}$$

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on note  $M_n$  le point d'affixe  $z_n$ .

On considère le nombre complexe  $z_A = 4 + 2i$  et  $A$  le point du plan d'affixe  $z_A$ .

1. Soit  $(U_n)$  la suite définie pour tout entier naturel  $n$  par :  $U_n = z_n - z_A$ .

a. Montrer que, pour tout entier naturel  $n$  :  $U_{n+1} = \frac{1}{2}i \times U_n$ .

b. Démontrer que, pour tout entier naturel  $n$  :  $U_n = \left(\frac{1}{2}i\right)^n (-4 - 2i)$ .

2. Démontrer que, pour tout entier naturel  $n$ , les points  $A$ ,  $M_n$  et  $M_{n+4}$  sont alignés.