

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

**TLE**

# Technologique Mathématiques

**Nombres Complexes  
Exercice de Synthèse**



**ÉNONCÉ DE L'EXERCICE**

## ÉNONCÉ

1. Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes l'équation (E) d'inconnue  $z$ :

$$z^2 - 8z + 64 = 0.$$

2. On considère les points A, B et C d'affixes respectives  $a = 4 + 4i\sqrt{3}$ ,  $b = 4 - 4i\sqrt{3}$  et  $c = 8i$ .

a. Calculer le module et un argument du nombre  $a$ .

b. Donner la forme exponentielle des nombres  $a$  et  $b$ .

c. Montrer que les points A, B et C sont sur un même cercle  $\mathcal{C}$  de centre O dont on déterminera le rayon.

d. Placer les points A, B et C dans le repère  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .

Pour la suite de l'exercice, on pourra s'aider de la figure de la question 2.d. complétée au fur et à mesure de l'avancement des questions.

3. On considère les points A', B' et C' d'affixes respectives  $a' = ae^{i\frac{\pi}{3}}$ ,  $b' = be^{i\frac{\pi}{3}}$  et  $c' = ce^{i\frac{\pi}{3}}$ .

a. Montrer que  $b' = 8$ .

b. Calculer le module et un argument du nombre  $a'$ .

Pour la suite on admet que:  $a' = -4 + 4i\sqrt{3}$  et  $c' = -4\sqrt{3} + 4i$ .

4. On admet que si M et N sont deux points du plan d'affixes respectives

m et n alors le milieu I du segment [MN] a pour affixe  $\frac{m+n}{2}$  et la longueur

MN est égale à  $|n - m|$ .

a. On note r, s et t les affixes des milieux respectifs R, S et T des segments [A'B], [B'C] et [C'A].

Calculer r et s. On admet que:  $t = 2 - 2\sqrt{3} + i(2 + 2\sqrt{3})$ .

b. Quelle conjecture peut-on faire quant à la nature du triangle RST ?