www.freemaths.fr

TLE Technologique Mathématiques

Nombres Complexes Exercice de Synthèse

ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

NOMBRES COMPLEXES, SYNTHÈSE 14

ÉNONCÉ

On considère la suite de nombres complexes (z_n) définie par $z_0 = \sqrt{3} - i$ et pour tout entier naturel n: $z_{n+1} = (1 + i)\, z_n$.

Freemaths : Tous droits réservés

Partie A

Pour tout entier naturel n, on pose $U_n = |z_n|$.

1. Calculer U_0.

2. Démontrer que (U_n) est une suite géométrique de raison $\sqrt{2}$ et de premier terme 2.

3. Pour tout entier naturel n, exprimer U_n en fonction de n.

4. Déterminer la limite de la suite (U_n).

Partie B

1. Déterminer la forme algébrique de z_1.

2. Déterminer la forme exponentielle de z_0 et de $1 + i$.

En déduire la forme exponentielle de z_1.

3. Déduire des questions précédentes la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

Freemaths : Tous droits réservés