

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

(STI2D & STL)

Limites « d'une fonction f »



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. a. Étudions la limite en $+\infty$ de la fonction f :

Ici: $f(x) = \frac{18x^4 - 18x^2 + 6}{9x^4 + 3}$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{18x^4 - 18x^2 + 6}{9x^4 + 3}.$$

Or: • $\lim_{x \rightarrow +\infty} 18x^4 - 18x^2 + 6 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 \left(18 - \frac{18}{x^2} + \frac{6}{x^4} \right)$ ($x \neq 0$)

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} 9x^4 + 3 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 \left(9 + \frac{3}{x^4} \right)$ ($x \neq 0$).

Et: • $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-18}{x^2} = 0^-$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6}{x^4} = 0^+$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x^4} = 0^+$.

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 (18 + 0^- + 0^+)}{x^4 (9 + 0^+)}$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{18x^4}{9x^4}$$

$$= 2.$$

1. b. Étudions la limite en $-\infty$ de la fonction f :

Ici: $f(x) = \frac{18x^4 - 18x^2 + 6}{9x^4 + 3}$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{18x^4 - 18x^2 + 6}{9x^4 + 3}.$$

Or: • $\lim_{x \rightarrow -\infty} 18x^4 - 18x^2 + 6 = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 \left(18 - \frac{18}{x^2} + \frac{6}{x^4} \right) \quad (x \neq 0)$

• $\lim_{x \rightarrow -\infty} 9x^4 + 3 = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 \left(9 + \frac{3}{x^4} \right) \quad (x \neq 0).$

Et: • $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-18}{x^2} = 0^-$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6}{x^4} = 0^+$

• $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x^4} = 0^+.$

Dans ces conditions: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 (18 + 0^- + 0^+)}{x^4 (9 + 0^+)}$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{18x^4}{9x^4}$$

$$= 2.$$

2. Concluons:

- Comme $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$: la courbe représentative de f admet

une asymptote horizontale en $+\infty$. Il s'agit de la droite d'équation $y = 2$.

- Comme $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$: la courbe représentative de f admet

une asymptote horizontale en $-\infty$. Il s'agit de la droite d'équation $y = 2$.