# T$^{LE}$ Technologique Mathématiques

(STI2D & STL)

## Limites avec « Logarithme »

## CORRIGÉ DE L'EXERCICE

# CALCUL DE LIMITES 6

## CORRECTION

1\. a. Étudions la limite de $f$ quand $x$ tend vers $-\infty$:

Ici: $f(x) = \ln(e^x + 3)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

- $\mathcal{D}f = \mathbb{R}$.

- $f(x) = \ln(e^x + 3) \iff f(x) = \ln\left[e^x\left(1 + \dfrac{3}{e^x}\right)\right]$

$$\iff f(x) = x + \ln\left(1 + \frac{3}{e^x}\right).$$

Or:
- $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{3}{e^x} = 0$, d'après le cours
- $\lim\limits_{x \to -\infty} 1 + \dfrac{3}{e^x} = 1$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} x = -\infty$.

Dans ces conditions: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = (\lim\limits_{x \to -\infty} x) + \ln(1)$.

1\. b. Étudions la limite de $f$ quand $x$ tend vers $+\infty$:

Ici: $f(x) = \ln(e^x + 3)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

• $\mathcal{D}f = \mathbb{R}$.

• $f(x) = \ln(e^x + 3) \iff f(x) = x + \ln\left(1 + \frac{3}{e^x}\right)$.

Or: • $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{3}{e^x} = 0$, d'après le cours

• $\lim\limits_{x \to +\infty} 1 + \frac{3}{e^x} = 1$

• $\lim\limits_{x \to +\infty} x = +\infty$.

Dans ces conditions: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = (\lim\limits_{x \to +\infty} x) + \ln(1)$.

2. a. Étudions la limite de $f$ quand $x$ tend vers $0^+$:

Ici: $f(x) = x \ln(5x)$ pour tout $x \in ]0; +\infty[$.

• $\mathcal{D}f = ]0; +\infty[$.

• $f(x) = x \ln(5x) \iff f(x) = \frac{X}{5} \ln(X)$, avec: $X = 5x$.

Or: • $\lim\limits_{x \to 0^+} x \ln(5x) = \lim\limits_{X \to 0^+} \frac{1}{5} (X \ln(X))$

• $\lim\limits_{x \to 0^+} X \ln(X) = 0$.

Dans ces conditions: $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \frac{1}{5} \times 0 = 0$.

2. b. Étudions la limite de $f$ quand $x$ tend vers $+\infty$:

Ici: $f(x) = x \ln(5x)$ pour tout $x \in ]0; +\infty[$.

• $\mathcal{D}f = ]0; +\infty[$.

• $f(x) = x \ln(5x) \iff f(x) = \frac{X}{5} \ln(X)$, avec: $X = 5x$.

Or: • $\lim\limits_{x \to +\infty} x \ln(5x) = \lim\limits_{X \to +\infty} \frac{1}{5} (X \ln(X))$

• $\lim\limits_{x \to +\infty} X \ln(X) = +\infty$.

Dans ces conditions: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \frac{1}{5} \times (+\infty) = +\infty$.