T^LE Technologique Mathématiques

(STI2D & STL)

Limites avec « Logarithme »

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL DE LIMITES 2

CORRECTION

1\. a. Étudions la limite de f_3 en $a = 0^+$:

Ici: $f_3(x) = \dfrac{\ln(x) + 1}{2x + 3}$ pour tout $x \in]\,0\,;+\infty\,[$.

• $\mathcal{D}f_3 =]\,0\,;+\infty\,[$.

• $f_3(x) = \dfrac{\ln(x) + 1}{2x + 3} \iff f_3(x) = \dfrac{\ln(x)}{2x + 3} + \dfrac{1}{2x + 3}$.

Or:
- $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{1}{2x + 3} = \dfrac{1}{3}$
- $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{\ln(x)}{2x + 3} = \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{1}{3}\ln(x)$
- $\lim\limits_{x \to 0^+} \ln(x) = -\infty$.

Dans ces conditions: $\lim\limits_{x \to 0^+} f_3(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{1}{3}\ln(x) + \dfrac{1}{3} = -\infty$.

1\. b. Étudions la limite de f_3 en $a = +\infty$:

Ici: $f_3(x) = \dfrac{\ln(x)+1}{2x+3}$ pour tout $x \in]0;+\infty[$.

• $\mathcal{D}f_3 =]0;+\infty[$.

• $f_3(x) = \dfrac{\ln(x)+1}{2x+3} \iff f_3(x) = \left(\dfrac{\ln(x)}{x} \times \dfrac{x}{2x+3}\right) + \dfrac{1}{2x+3}$.

Or: • $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{2x+3} = 0$

• $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(x)}{x} = 0$, d'après le cours

• $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x}{2x+3} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x}{x\left(2+\dfrac{3}{x}\right)}$

$= \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{\left(2+\dfrac{3}{x}\right)}$

$= \dfrac{1}{2}$, car: $\dfrac{3}{x}$ tend vers 0 quand x tend vers $+\infty$.

Dans ces conditions: $\lim\limits_{x \to +\infty} f_3(x) = 0 \times \dfrac{1}{2} + 0 = 0$.

2. Étudions la limite de f_4 en $a = 0^+$:

Ici: $f_4(x) = (3-x)\ln(x)$ pour tout $x \in]0;+\infty[$.

• $\mathcal{D}f_4 =]0;+\infty[$.

• $f_4(x) = (3 - x)\ln(x) \iff f_4(x) = 3\ln(x) - x\ln(x).$

Or: • $\lim\limits_{x \to 0^+} 3\ln(x) = 3 \lim\limits_{x \to 0^+} \ln(x) = -\infty$, d'après le cours

• $\lim\limits_{x \to 0^+} x\ln(x) = 0$, d'après le cours.

Dans ces conditions: $\lim\limits_{x \to 0^+} f_4(x) = -\infty - (0) = -\infty.$