T^{LE} Technologique Mathématiques

(STI2D & STL)

Primitives d'une fonction

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LES PRIMITIVES DE f ? 3

CORRECTION

Déterminons les primitives sur $]0;+\infty[$ de la fonction f :

• Ici : $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3}$ et $\mathcal{D}f =]0;+\infty[$.

Notons que f est continue sur $]0;+\infty[$.

Elle admet donc une primitive sur $]0;+\infty[$ cad une fonction F dérivable sur l'intervalle $]0;+\infty[$ telle que : $F' = f$.

Pour tout $x \in]0;+\infty[$: $F(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$. $(= -x^{-1} + x^{-2})$

Et nous avons bien, pour tout $x \in]0;+\infty[$: $F'(x) = -(-1) \times x^{-2} + (-2) \times x^{-3}$ $[n U^{n-1}]$

$$= x^{-2} - 2x^{-3}$$

$$= \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3}$$

$$= f(x).$$

Ainsi, une primitive F de f s'écrit : $F(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$.

- Or, nous savons que toutes les primitives de f sur $]\,0\,;+\infty\,[$ sont de la forme: $G(x) = F(x) + c,\ c \in \mathbb{R}$.

Dans ces conditions, les primitives sur $]\,0\,;+\infty\,[$ de la fonction f sont:

$$G(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + c,\ c \in \mathbb{R}.$$

Par exemple: • $G(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + 66$ $(c = 66)$

• $G(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - 104$ $(c = -104)$

• $G(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{31}$ $\left(c = -\frac{1}{31}\right).$