

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

**TLE**

# Technologique Mathématiques

(STI2D & STL)

**Primitives d'une fonction**



**CORRIGÉ DE L'EXERCICE**

# LA PRIMITIVE DE $f$ QUI S'ANNULE EN $x = a$ ?

4

## CORRECTION

1. Montrons que  $F$  est une primitive de  $f$  sur  $\left[\frac{1}{e}; 1\right]$ :

Ici:  $f(x) = \frac{2}{x} + \frac{1}{x} \cdot \ln(x)$ .

$f$  est continue sur  $\left[\frac{1}{e}; 1\right]$ .

Elle admet donc une primitive sur  $\left[\frac{1}{e}; 1\right]$  cad une fonction  $F$  dérivable sur

l'intervalle  $\left[\frac{1}{e}; 1\right]$  telle que:  $F' = f$ .

Or, d'après l'énoncé:  $F(x) = 2 \ln(x) + \frac{1}{2} [\ln(x)]^2$ .

Dans ces conditions, pour tout  $x \in \left[\frac{1}{e}; 1\right]$ , nous avons:

$$\begin{aligned} F'(x) &= 2 \times \left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{2} \times \left[ 2 \times \ln(x) \times \frac{1}{x} \right] \left[ 2 \times \frac{U'}{U} + \frac{1}{2} \times (n U^{(n-1)} \times U') \right] \\ &= \frac{2}{x} + \frac{\ln(x)}{x} \end{aligned}$$

$$= f(x).$$

Ainsi:  $F$  est bien une primitive de  $f$  sur  $\left[\frac{1}{e}; 1\right]$ .

2. Déterminons la primitive de  $f$  qui s'annule en  $a = \frac{1}{2}$ :

Nous savons que toutes les primitives de  $f$  sur  $\left[\frac{1}{e}; 1\right]$  sont de la forme:

$$\begin{aligned} G(x) &= F(x) + c \\ &= 2 \ln(x) + \frac{1}{2} [\ln(x)]^2 + c, c \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Déterminer la primitive de  $f$  qui s'annule en  $a = \frac{1}{2}$  revient à trouver le nombre

réel  $c$  tel que:  $G\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ .

$$G\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 2 \ln\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} \left[ \ln\left(\frac{1}{2}\right) \right]^2 + c = 0$$

$$\text{cad } c = - \left( 2 \ln\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} \left[ \ln\left(\frac{1}{2}\right) \right]^2 \right).$$

La primitive de  $f$  qui s'annule en  $a = \frac{1}{2}$  s'écrit alors:

$$F(x) = 2 \ln(x) + \frac{1}{2} [\ln(x)]^2 + \left( - \left( 2 \ln\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} \left[ \ln\left(\frac{1}{2}\right) \right]^2 \right) \right).$$