

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

**TLE**

# Technologique Mathématiques

(STI2D & STL)

**Intégrale, Synthèse**



**CORRIGÉ DE L'EXERCICE**

## CORRECTION

### Partie A: Étude de la fonction $f$

1. Calculons  $f'$  sur  $[-2, 5; 2, 5]$ :

Ici: •  $f(x) = \ln(-2x^2 + 13, 5)$  ( $\ln(u)$ )

•  $Df = [-2, 5; 2, 5]$ .

Posons:  $f = \ln(g)$ , avec:  $g(x) = -2x^2 + 13, 5$ .

$g$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  comme fonction polynôme, donc dérivable sur l'intervalle  $[-2, 5; 2, 5]$ .

Par conséquent,  $f$  est dérivable sur  $[-2, 5; 2, 5]$  comme composée ( $\ln(g)$ ) de 2 fonctions dérivables sur  $[-2, 5; 2, 5]$ , avec:  $g > 0$  sur  $[-2, 5; 2, 5]$ .

Ainsi, nous pouvons calculer  $f'$  pour tout  $x \in [-2, 5; 2, 5]$ .

Pour tout  $x \in [-2, 5; 2, 5]$ :  $f'(x) = \frac{-4x}{-2x^2 + 13, 5} \left(\frac{u'}{u}\right)$ .

Au total, pour tout  $x \in [-2, 5; 2, 5]$ :  $f'(x) = \frac{-4x}{-2x^2 + 13, 5}$ .

2. a. Dressons le tableau de variation de  $f$  sur  $[-2, 5; 2, 5]$ :

Nous allons distinguer 3 cas pour tout  $x \in [-2, 5; 2, 5]$ :

• 1<sup>er</sup> cas:  $f'(x) = 0$ .

$f'(x) = 0$  ssi  $-4x = 0$ , cad:  $x = 0$ .

• 2<sup>ème</sup> cas:  $f'(x) < 0$ .

$f'(x) < 0$  ssi  $-4x < 0$ , cad:  $x > 0$  ou  $x \in ]0; 2,5]$ .

• 3<sup>ème</sup> cas:  $f'(x) > 0$ .

$f'(x) > 0$  ssi  $-4x > 0$ , cad:  $x < 0$  ou  $x \in [-2,5; 0[$ .

**Au total:** •  $f$  est croissante sur  $[-2,5; 0]$ ,  
(car sur  $[-2,5; 0]$ ,  $f'(x) \geq 0$ )

•  $f$  est décroissante sur  $[0; 2,5]$ .  
(car sur  $[0; 2,5]$ ,  $f'(x) \leq 0$ )

Nous pouvons donc dresser le tableau de variation suivant:

$x$	$-2,5$	$0$	$2,5$
$f'$	$+$	$0$	$-$
$f$			

Avec: •  $a = f(-2,5) \Rightarrow a = 0$ ,

•  $b = f(0) \Rightarrow b = \ln(13,5)$ ,

•  $c = f(2,5) \Rightarrow c = 0$ .

2. b. Déduisons-en le signe de  $f$  sur  $[-2,5; 2,5]$ :

D'après ce qui précède, nous pouvons affirmer que:

" Pour tout  $x \in [-2,5; 2,5]$ ,  $f(x) > 0$  ".

### Partie B: Aire de la zone de creusement

1. La courbe  $\mathcal{C}$  est-elle un arc de cercle de centre  $O$  ?

Soient  $A$  et  $B$  les points tels que:  $A(0; f(0))$  et  $B(2,5; f(2,5))$ .

Comme  $OA \neq OB$ , nous pouvons affirmer que: la courbe  $\mathcal{C}$  n'est pas un arc de cercle de centre  $O$ .

2. Justifions la valeur de l'aire  $\mathcal{A}$ :

Ici:  $\mathcal{A} = \int_{-2,5}^{2,5} f(x) dx.$

Or: •  $f$  est paire sur  $[-2,5; 2,5]$ , cad:  $f(-x) = f(x)$ .

$$\left( \int_{-a}^a f(x) dx = 2 \times \int_0^a f(x) dx \right)$$

- nous sommes en présence d'un repère orthonormal d'unité 2 mètres; donc une unité d'aire est égale à 4 (mètres)<sup>2</sup>.

Dans ces conditions:  $\mathcal{A} = \int_{-2,5}^{2,5} f(x) dx \Leftrightarrow \mathcal{A} = 4 \times 2 \times \int_0^{2,5} f(x) dx.$

Au total, nous avons bien:  $\mathcal{A} = 8 \int_0^{2,5} f(x) dx.$

3. a. Complétons le tableau en calculant les six valeurs manquantes:

Nous avons le tableau complété suivant:

## ANNEXE à compléter et à remettre avec la copie

## EXERCICE 3

Variables	
	$R$ et $S$ sont des réels $n$ et $k$ sont des entiers
Traitement	
	$S$ prend la valeur 0 Demander la valeur de $n$ Pour $k$ variant de 1 à $n$ faire
	$R$ prend la valeur $\frac{2,5}{n} \times f\left(\frac{2,5}{n} \times k\right)$
	$S$ prend la valeur $S + R$
Fin Pour	
Afficher $S$	

Le tableau ci-dessous donne les valeurs de  $R$  et de  $S$ , arrondies à  $10^{-6}$ , obtenues lors de l'exécution de l'algorithme pour  $n = 50$ .

Initialisation	$S = 0$ $n = 50$		
Boucle Pour	Étape $k$	$R$	$S$
	1	<b>0,130 116</b> .....	<b>0,130 116</b> .....
	2	0,130 060	0,260 176
	3	0,129 968	0,390 144
	4	0,129 837	<b>0,519 981</b> .....
	⋮		⋮
	24	0,118 137	3,025 705
	25	0,116 970	3,142 675
	⋮		⋮
	49	0,020 106	5,197 538
	50	<b>0</b> .....	<b>5,197 538</b> .....
Affichage	$S =$ <b>5,197 538</b> .....		

3. b. Déduisons-en une valeur approchée, au mètre carré près, de l'aire de la zone de creusement:

En prenant  $a = 5,197\,538$  et  $n = 50$ , nous obtenons:

$$5,197\,538 \leq I \leq 5,32\,767.$$

Comme:  $A = 8 \times I$ ,  $41,581 \leq A \leq 42,622$ .

Ainsi, une valeur approchée, au mètre carré près, de l'aire de la zone de creusement est:  $A = 42 \text{ m}^2$ .