www.freemaths.fr

TLE Technologique Mathématiques

(STI2D & STL)

Intégrale, Synthèse

ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

INTÉGRALES, SYNTHÈSE

On s'intéresse à la chute d'une goutte d'eau qui se détache d'un nuage sans vitesse initiale. Un modèle très simplifié permet d'établir que la vitesse instantanée verticale, exprimée en m.s^{-1}, de chute de la goutte en fonction de la durée de chute t est donnée par la fonction v définie ainsi : pour tout réel positif ou nul t, $v(t) = 9,81\,\dfrac{m}{k}\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{k}{m}t}\right)$; la constante m est la masse de la goutte en milligramme et la constante k est un coefficient strictement positif lié au frottement de l'air.

On rappelle que la vitesse instantanée est la dérivée de la position.
*Les parties **A** et **B** sont indépendantes.*

Partie A - Cas général

1. Déterminer les variations de la vitesse de la goutte d'eau.
2. La goutte ralentit-elle au cours de sa chute ?
3. Montrer que $\lim\limits_{t\to+\infty} v(t) = 9,81\,\dfrac{m}{k}$. Cette limite s'appelle vitesse limite de la goutte.
4. Un scientifique affirme qu'au bout d'une durée de chute égale à $\dfrac{5m}{k}$, la vitesse de la goutte dépasse 99 % de sa vitesse limite. Cette affirmation est-elle correcte ?

Partie B

Dans cette partie, on prend $m = 6$ et $k = 3,9$.

À un instant donné, la vitesse instantanée de cette goutte est 15 m.s^{-1}.

1. Depuis combien de temps la goutte s'est-elle détachée de son nuage ? Arrondir la réponse au dixième de seconde.
2. En déduire la vitesse moyenne de cette goutte entre le moment où elle s'est détachée du nuage et l'instant où on a mesuré sa vitesse. Arrondir la réponse au dixième de m.s^{-1}.