

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

**TLE**

# Technologique Mathématiques

(STI2D & STL)

**Intégrale, Synthèse**



**ÉNONCÉ DE L'EXERCICE**

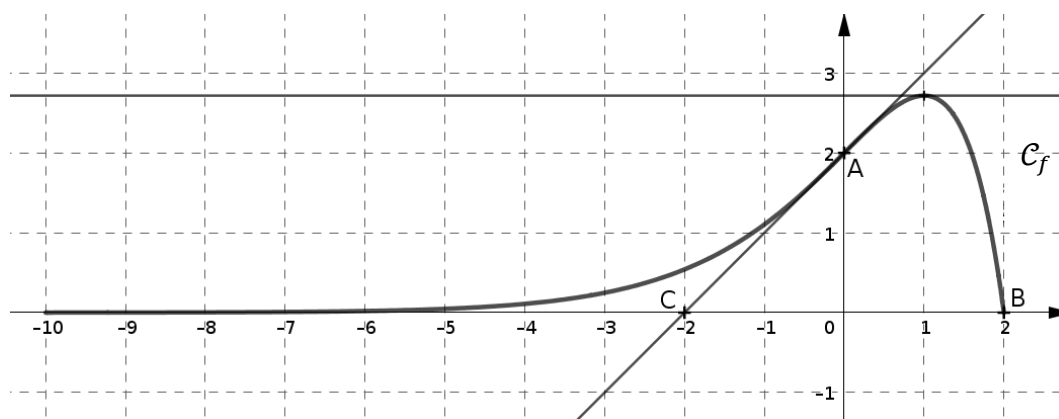
# INTÉGRALES, SYNTHÈSE

## Partie A

Dans le repère ci-dessous, on note  $\mathcal{C}_f$  la courbe représentative d'une fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[-10; 2]$ . On a placé les points  $A(0; 2)$ ,  $B(2; 0)$  et  $C(-2; 0)$ .

On dispose des renseignements suivants :

- Le point  $B$  appartient à la courbe  $\mathcal{C}_f$ .
- La droite  $(AC)$  est tangente en  $A$  à la courbe  $\mathcal{C}_f$ .
- La tangente à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse 1 est une droite horizontale.



Répondre aux questions suivantes par lecture graphique.

1. Indiquer les valeurs de  $f(0)$  et de  $f(2)$ .
2. Indiquer la valeur de  $f'(1)$ .
3. Donner une équation de la tangente à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point  $A$ .
4. Indiquer le nombre de solutions de l'équation  $f(x) = 1$  dans l'intervalle  $[-10; 2]$ .
5. Indiquer les variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[-10; 2]$ .
6. Déterminer l'intervalle sur lequel la fonction  $f$  est convexe, et celui sur lequel elle est concave.
7. On s'intéresse au nombre  $I = \int_0^2 f(x) dx$ .
  - a) Sur le graphique donné **en annexe**, hachurer le domaine du plan dont l'aire, exprimée en unités d'aire, est égale à  $I$ .
  - b) Donner un encadrement du nombre  $I$  par deux entiers consécutifs.

## Partie B

Dans cette partie, on cherche à vérifier par le calcul les résultats lus graphiquement dans la partie A.

On sait désormais que la fonction  $f$  est définie sur l'intervalle  $[-10 ; 2]$  par :

$$f(x) = (2 - x)e^x.$$

1. Calculer  $f(0)$  et  $f(2)$ .
2.
  - a) Calculer  $f'(x)$  pour tout nombre  $x$  appartenant à l'intervalle  $[-10 ; 2]$ .
  - b) En déduire la valeur de  $f'(1)$ .
3. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de  $f$  au point d'abscisse 0.
4.
  - a) Dresser le tableau des variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[-10 ; 2]$ .
  - b) En déduire le nombre de solutions de l'équation  $f(x) = 1$  dans l'intervalle  $[-10 ; 2]$ , puis donner une valeur approchée au centième de chacune de ces solutions.
5. Un logiciel de calcul formel fournit le résultat suivant :

1	$f(x) := (2 - x) * \exp(x)$
	$f(x) := (-x + 2)e^x$
2	Simplifier(Dérivée(Dérivée( $f(x)$ )))
	$-x e^x$

Utiliser le résultat du logiciel pour étudier la convexité de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[-10 ; 2]$ .

6. On considère la fonction  $F$  définie sur l'intervalle  $[-10 ; 2]$  par :

$$F(x) = (3 - x)e^x.$$

- a) Vérifier que  $F$  est une primitive de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[-10 ; 2]$ .
- b) En déduire la valeur exacte et une valeur approchée au centième du nombre  $I = \int_0^2 f(x)dx$ .

# ANNEXE

