T$^{\text{LE}}$

Technologique Mathématiques

(STI2D & STL)

Calcul d'intégrales

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

ON S'AMUSE ... 4

CORRECTION

1. **Calculons g' sur $]\,0\,;+\infty\,[$:**

La fonction g est dérivable sur $]\,0\,;+\infty\,[$.

Dans ces conditions, nous pouvons calculer sa dérivée sur $]\,0\,;+\infty\,[$.

Pour tout $x \in\,]\,0\,;+\infty\,[$: $\quad g'(x) = \dfrac{\frac{1}{x}}{\ln(x)} \quad \left(\dfrac{u'}{u}\right)$

cad: $\quad g'(x) = \dfrac{1}{x \times \ln(x)}$.

Ainsi pour tout $x > 0$: $\quad g'(x) = \dfrac{1}{x \times \ln(x)}$.

2. **Déduisons-en la valeur de I:**

Ici: $\quad I = \displaystyle\int_{e^2}^{e^3} \frac{1}{x\ln(x)}\,dx$.

Soit $f(x) = \dfrac{1}{x\ln(x)}$. f est continue sur $[\,e^2\,;e^3\,]$. Elle admet donc des primitives sur $[\,e^2\,;e^3\,]$ et par conséquent I **existe**.

$$I = \int_{e^2}^{e^3} \frac{1}{x\ln(x)}\,dx \iff I = [\ln(\ln(x))]_{e^2}^{e^3}$$

$$\iff I = \ln(\ln(e^3)) - \ln(\ln(e^2))$$

$$\iff I = \ln(3\ln(e)) - \ln(2\ln(e))$$

cad: $I = \ln(3) - \ln(2)$.

Ainsi: $I = \ln\left(\frac{3}{2}\right)$.