

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

**TLE**

# Technologique Mathématiques

(STI2D & STL)

**Calcul d'intégrales**



**ÉNONCÉ DE L'EXERCICE**

## ÉNONCÉ

Pour tout réel  $x \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$  et  $n \in \mathbb{N}$ , soit:  $I_n = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^n}{1-x} dx$ .

1. Montrer que:  $I_0 = \ln(2)$ .

2. a. Calculer  $I_0 - I_1$ .

b. En déduire  $I_1$ .

3. Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ :  $I_n - I_{n+1} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{n+1}$ .

4. Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ :  $0 \leq I_n \leq \frac{1}{2^n}$ , sachant que  $0 \leq \frac{x^n}{1-x} \leq \frac{1}{2^{n-1}}$ .