

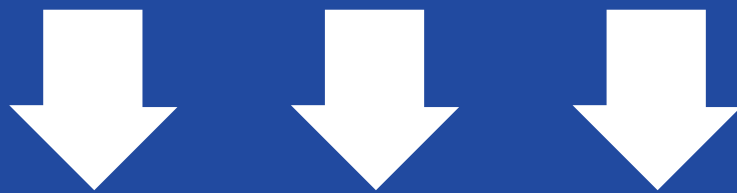
[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

**TLE**

# Technologique Mathématiques

(STI2D & STL)

**Convexité & Concavité**



**CORRIGÉ DE L'EXERCICE**

## POINT D'INFLEXION

4

## CORRECTION

1. Calculons  $f'(x)$  et  $f''(x)$  sur  $\mathbb{R}$ :

Ici:  $f(x) = e^{2x} - 10e^x + 16$ , pour tout  $x \in \mathbb{R}$ .

D'après l'énoncé  $f$  est deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

Dans ces conditions, nous pouvons calculer  $f'$  et  $f''$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= 2e^{2x} - 10e^x \\ &= 2e^x(e^x - 5). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet f''(x) &= (2e^x) \times (e^x - 5) + (2e^x) \times (e^x) \\ &= 4e^{2x} - 10e^x \\ &= 2e^x(2e^x - 5). \end{aligned}$$

Ainsi, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ :  $f'(x) = 2e^x(e^x - 5)$  et  $f''(x) = 2e^x(2e^x - 5)$ .

2. La courbe représentative de  $f$  admet-elle un point d'inflexion ?

Soient  $f$  une fonction définie et deux fois dérivable sur un intervalle  $I$  et  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative.

Soit " $a$ " un réel appartenant à  $I$ .

Si  $f''$  s'annule et change de signe en  $a$ , alors  $\mathcal{C}$  admet un point d'inflexion au point d'abscisse:  $x = a$ .

Ici, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ :  $f''(x) = 2e^x(2e^x - 5)$ .

Distinguons 2 cas:

• 1<sup>er</sup> cas:  $f''(x) \geq 0$ .

$$f''(x) \geq 0 \text{ ssi } 2e^x(2e^x - 5) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2e^x - 5 \geq 0 \quad (\text{car: } 2e^x > 0)$$

$$\Leftrightarrow e^x \geq \frac{5}{2}$$

$$\text{cad ssi: } x \geq \ln\left(\frac{5}{2}\right).$$

• 2<sup>e</sup> cas:  $f''(x) \leq 0$ .

$$f''(x) \leq 0 \text{ ssi } 2e^x(2e^x - 5) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 2e^x - 5 \leq 0 \quad (\text{car: } 2e^x > 0)$$

$$\Leftrightarrow e^x \leq \frac{5}{2}$$

$$\text{cad ssi: } x \leq \ln\left(\frac{5}{2}\right).$$

Dans ces conditions: en  $x = \ln\left(\frac{5}{2}\right)$ ,  $f''$  s'annule en changeant de signe.

Ainsi, la courbe  $\mathcal{C}$  admet un point d'inflexion au point d'abscisse  $x = \ln\left(\frac{5}{2}\right)$ .