T^LE Technologique Mathématiques

(STI2D & STL)

Convexité & Concavité

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

POINT D'INFLEXION 2

CORRECTION

1. Calculons $f'(x)$ et $f''(x)$ sur IR:

Ici: $f(x) = 9x^2(1 - 2\ln(x))$, pour tout $x \in]0; +\infty[$.

D'après l'énoncé f est **deux fois dérivables** sur $]0; +\infty[$.

Dans ces conditions, nous pouvons calculer f' et f'' pour tout $x \in]0; +\infty[$:

- $f'(x) = (18x) \times (1 - 2\ln(x)) + (9x^2) \times \left(\dfrac{-2}{x}\right)$

  $= -36x\ln(x)$.

- $f''(x) = (-36) \times (\ln(x)) + (-36x) \times \left(\dfrac{1}{x}\right)$

  $= -36(\ln(x) + 1)$.

Ainsi, pour tout $x \in]0; +\infty[$:

$$f'(x) = -36x\ln(x) \quad \text{et} \quad f''(x) = -36(\ln(x) + 1).$$

2. La courbe représentative de f admet-elle un point d'inflexion ?

Soient f une fonction définie et deux fois dérivables sur un intervalle I et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

Soit " a " un réel appartenant à I.

Si f'' s'annule et change de signe en a, alors $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion au point d'abscisse: $x = a$.

Ici, pour tout $x \in]0; +\infty[$: $f''(x) = -36(\ln(x) + 1)$.

Distinguons 2 cas:

- 1er cas: $f''(x) \geqslant 0$.

$f''(x) \geqslant 0$ ssi $-36(\ln(x) + 1) \geqslant 0$ cad ssi: $x \leqslant e^{-1}$.

- 2e cas: $f''(x) \leqslant 0$.

$f''(x) \leqslant 0$ ssi $-36(\ln(x) + 1) \leqslant 0$ cad ssi: $x \geqslant e^{-1}$.

Dans ces conditions: en $x = e^{-1}$, f'' s'annule en changeant de signe.

Ainsi, la courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion au point d'abscisse $x = e^{-1}$.