

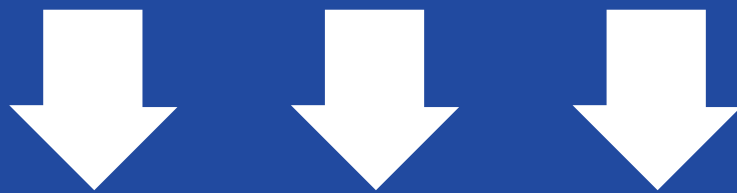
[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

**TLE**

# Technologique Mathématiques

(STI2D & STL)

**Convexité & Concavité**



**CORRIGÉ DE L'EXERCICE**

# ÉTUDIER LA CONVEXITÉ

3

## CORRECTION

1. Calculons  $f'(x)$  et  $f''(x)$  sur  $[-10; 2]$ :

Ici:  $f(x) = (2 - x)e^x$ , pour tout  $x \in [-10; 2]$ .

D'après l'énoncé  $f$  est deux fois dérivable sur  $[-10; 2]$ .

Dans ces conditions, nous pouvons calculer  $f'$  et  $f''$  pour tout  $x \in [-10; 2]$ :

$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= (-1) \times (e^x) + (2 - x) \times (e^x) \\ &= (1 - x)e^x. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet f''(x) &= (-1) \times (e^x) + (1 - x) \times (e^x) \\ &= -xe^x. \end{aligned}$$

Ainsi, pour tout  $x \in [-10; 2]$ :  $f'(x) = (1 - x)e^x$  et  $f''(x) = -xe^x$ .

2. Étudions le sens de variation de  $f$  et dressons le tableau de variation:

a. Sens de variation de  $f$ :

Nous allons distinguer 2 cas pour tout  $x \in [-10; 2]$ :

• 1<sup>er</sup> cas:  $f'(x) \leq 0$ .

$f'(x) \leq 0$  ssi  $(1-x) \leq 0$  cad ssi:  $x \geq 1$  ( $e^x > 0$ ).

• 2<sup>e</sup> cas:  $f'(x) \geq 0$ .

$f'(x) \geq 0$  ssi  $(1-x) \geq 0$  cad ssi:  $x \leq 1$  ( $e^x > 0$ ).

Ainsi: •  $f$  est croissante sur  $[-10; 1]$ ,

•  $f$  est décroissante sur  $[1; 2]$ .

b. Tableau de variation de  $f$ :

Nous avons le tableau de variation suivant:

$x$	$-10$	$1$	$2$
$f'$	$+$	$0$	$-$
$f$	$a$	$b$	$c$

Avec: •  $a = 12e^{-10}$ ,

•  $b = e$ ,

•  $c = 0$ .

3. Étudions la convexité de la fonction  $f$ :

D'après le cours: •  $f$  est concave sur un intervalle  $I$  ssi:

pour tout  $x \in I$ ,  $f''(x) \leq 0$ .

•  $f$  est convexe sur un intervalle  $I'$  ssi:

pour tout  $x \in I'$ ,  $f''(x) \geq 0$ .

Or ici, pour tout  $x \in [-10; 2]$ :  $f''(x) = -xe^x$ .

Dans ces conditions: •  $f''(x) \leq 0$  ssi:  $x \geq 0$  cad:  $x \in [0; 2]$ ,  
 •  $f''(x) \geq 0$  ssi:  $x \leq 0$  cad:  $x \in [-10; 0]$ .

( car pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $e^x > 0$  )

Ainsi: •  $f$  est convexe sur  $I' = [-10; 0]$ ,  
 •  $f$  est concave sur  $I = [0; 2]$ .