

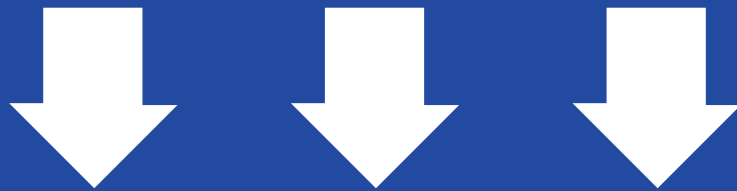
www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

(STI2D & STL)

Convexité & Concavité



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

ÉTUDIER LA CONVEXITÉ

2

CORRECTION

1. Calculons $f'(x)$ et $f''(x)$ sur $[-10; 5]$:

Ici: $f(x) = (x - 5)e^{0,2x} + 5$, pour tout $x \in [-10; 5]$.

D'après l'énoncé f est deux fois dérivable sur $[-10; 5]$.

Dans ces conditions, nous pouvons calculer f' et f'' pour tout $x \in [-10; 5]$:

$$\begin{aligned} \bullet f'(x) &= (1) \times (e^{0,2x}) + (x - 5) \times (0,2e^{0,2x}) \\ &= 0,2xe^{0,2x}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet f''(x) &= (0,2 \times 1) \times (e^{0,2x}) + (0,2x) \times (0,2e^{0,2x}) \\ &= (0,2 + 0,04x)e^{0,2x}. \end{aligned}$$

Ainsi, pour tout $x \in [-10; 5]$:

$$f'(x) = 0,2xe^{0,2x} \text{ et } f''(x) = (0,2 + 0,04x)e^{0,2x}.$$

2. Étudions le sens de variation de f et dressons le tableau de variation:

a. Sens de variation de f :

Nous allons distinguer 2 cas pour tout $x \in [-10; 5]$:

• 1^{er} cas: $f'(x) \leq 0$.

$f'(x) \leq 0$ ssi $0,2x \leq 0$ cad ssi: $x \leq 0$ ($e^{0,2x} > 0$).

• 2^e cas: $f'(x) \geq 0$.

$f'(x) \geq 0$ ssi $0,2x \geq 0$ cad ssi: $x \geq 0$ ($e^{0,2x} > 0$).

Ainsi: • f est décroissante sur $[-10; 0]$,

• f est croissante sur $[0; 5]$.

b. Tableau de variation de f :

Nous avons le tableau de variation suivant:

x	-10	0	5
f'	-	0	+
f	a	b	c

Avec: • $a = -15e^{-2} + 5$,

• $b = 0$,

• $c = 5$.

3. Étudions la convexité de la fonction f :

D'après le cours: • f est concave sur un intervalle I ssi:

pour tout $x \in I$, $f''(x) \leq 0$.

• f est convexe sur un intervalle I' ssi:

$$\text{pour tout } x \in I', f''(x) \geq 0.$$

Or ici, pour tout $x \in [-10; 5]$: $f''(x) = (0,2 + 0,04x) e^{0,2x}$:

Dans ces conditions: • $f''(x) \leq 0$ ssi: $0,2 + 0,04x \leq 0$ cad: $x \leq -5$,

• $f''(x) \geq 0$ ssi: $0,2 + 0,04x \geq 0$ cad: $x \geq -5$.

(car pour tout $x \in \mathbb{R}, e^{0,2x} > 0$)

Ainsi: • f est concave sur $I = [-10; -5]$,

• f est convexe sur $I' = [-5; 5]$.