

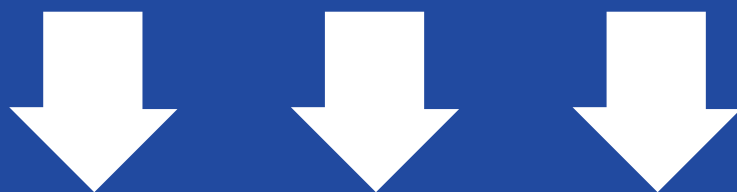
www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

(STI2D & STL)

Convexité & Concavité



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

ÉTUDIER LA CONVEXITÉ

II

CORRECTION

1. Calculons $f'(x)$ et $f''(x)$ sur $[0,5;6]$:

Ici: $f(x) = -2x + 5 + 3 \ln(x)$, pour tout $x \in [0,5;6]$.

D'après l'énoncé f est deux fois dérivable sur $[0,5;6]$.

Dans ces conditions, nous pouvons calculer f' et f'' pour tout $x \in [0,5;6]$:

$$\bullet f'(x) = -2 + \frac{3}{x}$$

$$\bullet f''(x) = -\frac{3}{x^2}$$

Ainsi, pour tout $x \in [0,5;6]$: $f'(x) = -2 + \frac{3}{x}$ et $f''(x) = -\frac{3}{x^2}$.

2. Étudions le sens de variation de f et dressons le tableau de variation:

a. Sens de variation de f :

Nous allons distinguer 2 cas pour tout $x \in [0,5;6]$:

• 1^{er} cas: $f'(x) \leq 0$.

$$f'(x) \leq 0 \text{ ssi } -2 + \frac{3}{x} \leq 0 \text{ cad ssi: } x \geq \frac{3}{2}$$

• 2^e cas: $f'(x) \geq 0$.

$$f'(x) \geq 0 \text{ ssi } -2 + \frac{3}{x} \geq 0 \text{ cad ssi: } x \leq \frac{3}{2}.$$

Ainsi: • f est croissante sur $[0,5; \frac{3}{2}]$,

• f est décroissante sur $[\frac{3}{2}; 6]$.

b. Tableau de variation de f :

Nous avons le tableau de variation suivant:

x	0,5	$\frac{3}{2}$	6
f'	+	0	-
f	a	b	c

Avec: • $a = f(0,5) \Rightarrow a = 4 + 3 \ln(0,5) > 0$,

• $b = f\left(\frac{3}{2}\right) \Rightarrow b = 2 + 3 \ln\left(\frac{3}{2}\right) > 0$,

• $c = f(6) \Rightarrow c = -7 + 3 \ln(6) < 0$.

3. Étudions la convexité de la fonction f :

D'après le cours: • f est concave sur un intervalle I ssi:

pour tout $x \in I$, $f''(x) \leq 0$.

• f est convexe sur un intervalle I' ssi:

pour tout $x \in I'$, $f''(x) \geq 0$.

Or ici, pour tout $x \in [0, 5; 6]$: $f''(x) = -\frac{3}{x^2} < 0$.

Ainsi: f est strictement concave sur $I = [0, 5; 6]$

Et: la courbe de f est située en dessous des tangentes en chacun de ses points.

