

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

Fonction logarithme : $\ln(x)$



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

RÉSOLVRE DES INÉQUATIONS

3

CORRECTION

1. Résolvons l'inéquation (1):

Pour tout $x < 2$: (1) $\Leftrightarrow -2x + 4 < e^{7+e^2}$ cad $x > \frac{1}{2}(4 - e^{7+e^2})$.

Ainsi, l'inéquation (1) a pour ensemble solution: $\left] \frac{1}{2}(4 - e^{7+e^2}); 2 \right[$.

2. Résolvons l'inéquation (2):

• Pour tout $x \in]-\infty; -1[\cup]0; +\infty[$: (2) $\Leftrightarrow \ln(x(x+1)) \leq 2e$

$$\Leftrightarrow x^2 + x \leq e^{2e}$$

cad $x^2 + x - e^{2e} \leq 0$.

Soit $f(x) = x^2 + x - e^{2e}$.

$$\Delta = 1 + 4e^{2e} > 0.$$

Comme $\Delta > 0$, l'équation (2) admet deux solutions distinctes:

$$\bullet x_1 = \frac{-1 - \sqrt{1 + 4e^{2e}}}{2} < -1$$

$$\bullet x_2 = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4e^{2e}}}{2} > 0.$$

• Le tableau de signes de f est: $(a = 1 > 0)$

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
Signe de $f(x)$	+	0	-	0	+

Ainsi, l'inéquation (2) a pour ensemble solution: $[x_1; -1[\cup]0; x_2]$.

3. Résolvons l'inéquation (3):

$$\bullet \text{ Pour tout } x \in]-\infty; 0[\cup \frac{11}{3}; +\infty[: \quad (3) \Leftrightarrow 3x(3x - 11) \geq 12$$

$$\text{cad } 9x^2 - 33x - 12 \geq 0.$$

$$\text{Soit } f(x) = 9x^2 - 33x - 12.$$

$$\Delta = (39)^2 > 0.$$

Comme $\Delta > 0$, l'équation (3) admet deux solutions distinctes:

$$\bullet x_1 = \frac{33 - 39}{18} = -\frac{1}{3} < 0$$

$$\bullet x_2 = \frac{33 + 39}{18} = 4 > \frac{11}{3}.$$

• Le tableau de signes de f est: $(a = 9 > 0)$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	4	$+\infty$	
Signe de $f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Ainsi, l'inéquation (3) a pour ensemble solution: $]-\infty; -\frac{1}{3}] \cup [4; +\infty[$.