

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

« **ln** » : Études de fonctions



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. La bonne réponse est: **B**.

$$\text{En effet: } f'(x) \leq 0 \iff \frac{-5 \ln x}{x^2} \leq 0$$

$$\iff -5 \ln x \leq 0, \text{ car sur } [0,5; 5]: x^2 \neq 0$$

$$\iff \ln x \geq 0$$

$$\iff x \geq e^0 \text{ cad: } x \geq 1 \text{ ou: } x \in [1; 5].$$

Ainsi: f' est négative ou nulle sur l'intervalle $[1; 5]$.

2. La bonne réponse est: **A**.

En effet, le coefficient directeur de la tangente à la courbe \mathcal{C} au point B est: $f'(e)$, car: $B(e; f(e))$.

$$\text{Or: } f'(e) = \frac{-5 \ln(e)}{e^2} \text{ cad: } f'(e) = \frac{-5}{e^2}.$$

Ainsi, le coefficient directeur de la tangente à la courbe \mathcal{C} au point B est:

$$f'(e) = \frac{-5}{e^2}.$$

3. La bonne réponse est: **C**.

En effet, pour connaître le sens de variation de la fonction f' , nous devons déterminer le signe de la fonction f'' .

$$\text{Or: } f''(x) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{10 \ln x - 5}{x^3} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 10 \ln x - 5 \geq 0, \text{ car sur }]0, 5[; 5]: x^2 \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \ln x \geq \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x \geq e^{\frac{1}{2}} \text{ cad: } x \in [e^{\frac{1}{2}}; 5].$$

Or: $[2; 5]$ est un intervalle inclus dans $[e^{\frac{1}{2}}; 5]$.

Par conséquent: la fonction f' est croissante sur $[2; 5]$.

4. La bonne réponse est: **C**.

En effet, comme le point $A(x_A; f(x_A))$ est un point d'inflexion: $f''(x_A) = 0$.

$$\text{Or: } f''(x_A) = 0 \Leftrightarrow \frac{10 \ln(x_A) - 5}{(x_A)^3} = 0$$

$$\Leftrightarrow 10 \ln(x_A) - 5 = 0, \text{ car sur }]0, 5[; 5]: (x_A)^3 \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \ln(x_A) = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x_A = e^{\frac{1}{2}} \text{ et donc: } A(e^{\frac{1}{2}}; f(e^{\frac{1}{2}})).$$

Ainsi, la valeur exacte de l'abscisse du point A est: $x_A = e^{\frac{1}{2}}$.

5. La bonne réponse est: **A**.

En effet, en comptant le nombre de carreaux contenu dans l'aire \mathcal{A} , domaine du plan délimité par la courbe \mathcal{C} , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 4$, nous obtenons: **plus de 23 carreaux**.

Or: une unité d'aire correspond à deux carreaux.

Donc nous devons diviser par 2.

Ainsi, un seul encadrement possible: $10 \leq A \leq 15$.