T^LE Technologique Mathématiques

« ln » : Études de fonctions

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

FONCTION AVEC LN 1

CORRECTION

1. **L'affirmation 1 est : Vraie.**

En effet, l'équation réduite de la tangente à Cf au point A d'abscisse $x_A = 1$ s'écrit : $\boldsymbol{y = f'(x_A)(x - x_A) + f(x_A)}$

$$= f'(1)(x - 1) + f(1).$$

Or ici :
- $f(x) = 3\ln(x) - 2x + 1$,
- $Df =]0; +\infty[$,
- $A(1; f(1))$ **cad** : $A(1; -1)$,
- $f'(x) = \dfrac{3}{x} - 2$, pour tout $x \in]0; +\infty[$.

Dans ces conditions : $y = \left(\dfrac{3}{1} - 2\right)(x - 1) + (-1)$

cad : $\boldsymbol{y = x - 2}$.

Au total : **$y = x - 2$ est l'équation réduite de la tangente à Cf au point d'abscisse 1.**

2. **L'affirmation 2 est : Vraie.**

En effet, d'après le cours, $f(x) = \dfrac{1}{e^2}\ln(x)$ est une fonction de densité sur $[e; e^2]$ ssi :

- f est continue sur $[e; e^2]$,

• pour tout $x \in [e; e^2]$, $f(x) \geqslant 0$,

• $\displaystyle\int_e^{e^2} f(x)\,dx = 1$.

Or ici: • ***f* est continue sur $[e; e^2]$.**

• Pour tout $x \in [e; e^2]$:

$x \geqslant e \iff \ln x \geqslant \ln e$

$\iff \ln x \geqslant 1$

$\iff \dfrac{\ln x}{e^2} \geqslant \dfrac{1}{e^2}$

$\iff \dfrac{1}{e^2} \ln x \geqslant 0$

$\iff$ **$f(x) \geqslant 0$** (**pour tout x $[e; e^2]$**).

• $\displaystyle\int_e^{e^2} f(x)\,dx = \int_e^{e^2} \frac{1}{e^2} \ln(x)\,dx$

$= \dfrac{1}{e^2} \left[x \ln(x) - x \right]_e^{e^2}$

$= \dfrac{1}{e^2} (e^2 \ln(e^2) - e^2 - (e \ln(e) - e))$

$= \dfrac{1}{e^2} (2e^2 - e^2 - (e - e))$.

D'où: $\displaystyle\int_e^{e^2} f(x)\,dx = 1$.

Au total: ***f* est une fonction de densité sur $[e; e^2]$.**