TLE Technologique Mathématiques

log : Équations & Inéquations

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LE NOMBRE DE MOTS

CORRECTION

1. Déterminons " t ":

$$N(t) = N_0 \times (0,805)^t \iff \log(N(t)) = \log[N_0 \times (0,805)^t]$$

$$\iff \log(N(t)) = \log(N_0) + \log[(0,805)^t]$$

$$\iff \log(N(t)) = \log(N_0) + t \times \log(0,805)$$

cad $$t = \frac{\log(N(t)) - \log(N_0)}{\log(0,805)}.$$

Ainsi: $$t = \frac{\log(N(t)) - \log(N_0)}{\log(0,805)}.$$

2. Combien d'années pour que plus de 12.000 mots disparaissent:

Si plus de 12.000 mots disparaissent alors le nombre de mots qui restent dans le langage courant **N (t)** est strictement inférieur à:

32.000 mots - 12.000 mots = 20.000 mots.

D'où: $$N(t) > 20000 \iff N_0 \times (0,805)^t < 20000$$

$$\iff 32000 \times (0,805)^t < 20000$$

$$\Longleftrightarrow \quad (0,805)^t < \frac{20}{32}$$

$$\Longleftrightarrow \quad t \times \log(0,805) < \log\left(\frac{5}{8}\right)$$

cad: $t > \dfrac{\log\left(\frac{5}{8}\right)}{\log(0,805)}$, car: $(0,805) < 1$

ou encore: $t > 2,167$ millénaires.

Au total, pour que plus de 12 000 mots disparaissent, il faudra:

2,167 millénaires ou encore 2 167 années !