

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

log : Définition & Propriétés



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

ON SIMPLIFIE LA FONCTION f

/

CORRECTION

1. Simplifions la fonction f :

$$\begin{aligned}
 f_1(x) &= \log\left(\frac{1}{2}x\right) + \log\left(\frac{2}{3}x\right) + \log\left(\frac{3}{4}\right) + \dots + \log\left(\frac{49}{50}\right), \text{ avec } x \in]0; +\infty[\\
 &= \log\left(\frac{1}{2}\right) + \log(x) + \log\left(\frac{2}{3}\right) + \log(x) + \log\left(\frac{3}{4}\right) + \dots + \log\left(\frac{49}{50}\right) \\
 &= 2 \log(x) + [\log(1) - \log(\cancel{2})] + [\log(\cancel{2}) - \log(\cancel{3})] + [\log(\cancel{3}) - \log(\cancel{4})] \\
 &\quad + \dots + [\log(\cancel{49}) - \log(50)] \\
 &= 2 \log(x) + \log(1) - \log(50) \\
 &= 2 \log(x) - \log(5 \times 10) \\
 &= 2 \log(x) - (\log(5) + \log(10)) \\
 &= 2 \log(x) - \log(5) - \log(10) \\
 &= 2 \log(x) - \log(5) - 1.
 \end{aligned}$$

Ainsi: $f_1(x) = 2 \log(x) - \log(5) - 1$.

2. Simplifions la fonction f_2 :

$$\begin{aligned} f_2(x) &= \log(x^2 + 2x + 1), \text{ avec } x > -1 \\ &= \log[(x + 1)^2] \\ &= 2 \log(x + 1). \end{aligned}$$

Ainsi: $f_2(x) = 2 \log(x + 1)$.

3. Simplifions la fonction f_3 :

$$\begin{aligned} f_3(x) &= -2x + \log(1 + 10^{2x}), \text{ avec } x \in \mathbb{R} \\ &= \log(10^{-2x}) + \log(1 + 10^{2x}) \\ &= \log[(10^{-2x}) \times (1 + 10^{2x})] \\ &= \log[10^{-2x} + 10^0] \\ &= \log[1 + 10^{-2x}]. \end{aligned}$$

Ainsi: $f_3(x) = \log[1 + 10^{-2x}]$.