

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

**TLE**

# Technologique Mathématiques

**Fonction inverse**  
**Comportement aux Bornes**



**ÉNONCÉ DE L'EXERCICE**

# APPLICATION ÉCONOMIQUE

3

## ÉNONCÉ

Un entreprise fabrique chaque semaine une quantité  $q$ , en tonnes, de produit chimique. Elle produit entre 10 et 100 tonnes chaque semaine. Le coût total de  $q$  tonnes produites est donné par la fonction définie sur l'intervalle  $[10 ; 100]$  par :

$$C(q) = 3q^2 + 40q + 2\,700$$

### PARTIE A. COÛT MOYEN UNITAIRE

Le coût moyen unitaire est le coût moyen d'une tonne de produit lorsque  $q$  tonnes sont produites.

On appelle  $C_M$  la fonction représentant le coût moyen unitaire :  $C_M(q) = \frac{C(q)}{q}$ .

- Démontrer que, pour tout réel  $q$  de l'intervalle  $[10 ; 100]$  :  $C_M(q) = 3q + 40 + \frac{2\,700}{q}$ .
- Calculer  $C'_M(q)$ .
- Démontrer que, pour tout réel  $q$  de l'intervalle  $[10 ; 100]$  :  $C'_M(q) = \frac{3(q-30)(q+30)}{q^2}$ .
- Dresser le tableau de variations de la fonction  $C_M$  sur l'intervalle  $]10 ; 100]$ .
- Quel est le coût moyen unitaire minimal? Pour quelle quantité de produit chimique est-il atteint?

### PARTIE B. COÛT MARGINAL

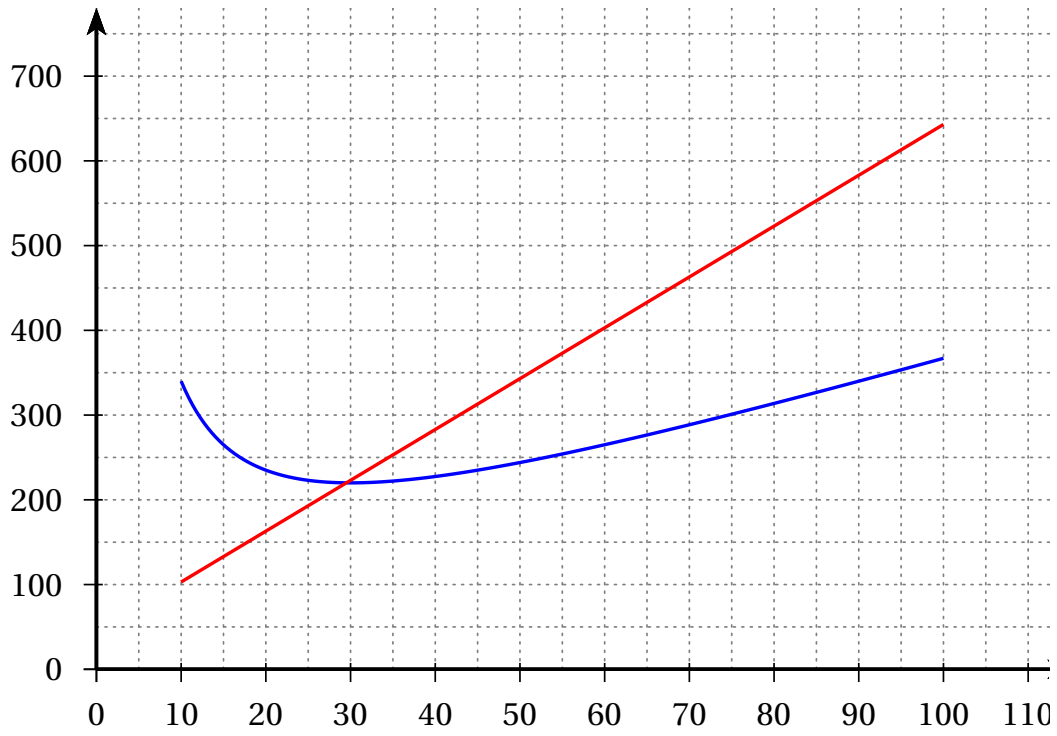
Le coût marginal est le supplément de coût engendré par la production d'une tonne de produit supplémentaire.

On appelle  $C_m$  la fonction représentant le coût marginal :  $C_m(q) = C(q+1) - C(q)$ .

- Calculer  $C_m(20)$ . Interpréter ce résultat avec les données de l'énoncé.
- Démontrer que, pour tout réel  $q$  de l'intervalle  $[10 ; 100]$  :  $C_m(q) = 6q + 43$ .
- Déterminer  $C'(q)$ . Quelle est la différence entre  $C_m(q)$  et  $C'(q)$ ?

### PARTIE C. COMPARAISON DU COÛT MARGINAL ET DU COÛT MOYEN

La courbe  $\mathcal{C}$  représentant le coût moyen et la droite  $\mathcal{D}$  représentant le coût marginal sont représentées sur le graphique ci-dessous :



Une règle économique affirme que le coût moyen unitaire est minimal lorsqu'il est égal au coût marginal.

Cette règle s'applique-t-elle ici?