

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

Fonction inverse
Comportement aux Bornes



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

APPLICATION ÉCONOMIQUE

3

ÉNONCÉ

Un entreprise fabrique chaque semaine une quantité q , en tonnes, de produit chimique. Elle produit entre 10 et 100 tonnes chaque semaine. Le coût total de q tonnes produites est donné par la fonction définie sur l'intervalle $[10 ; 100]$ par :

$$C(q) = 3q^2 + 40q + 2\,700$$

PARTIE A. COÛT MOYEN UNITAIRE

Le coût moyen unitaire est le coût moyen d'une tonne de produit lorsque q tonnes sont produites.

On appelle C_M la fonction représentant le coût moyen unitaire : $C_M(q) = \frac{C(q)}{q}$.

- Démontrer que, pour tout réel q de l'intervalle $[10 ; 100]$: $C_M(q) = 3q + 40 + \frac{2\,700}{q}$.
- Calculer $C'_M(q)$.
- Démontrer que, pour tout réel q de l'intervalle $[10 ; 100]$: $C'_M(q) = \frac{3(q-30)(q+30)}{q^2}$.
- Dresser le tableau de variations de la fonction C_M sur l'intervalle $]10 ; 100]$.
- Quel est le coût moyen unitaire minimal? Pour quelle quantité de produit chimique est-il atteint?

PARTIE B. COÛT MARGINAL

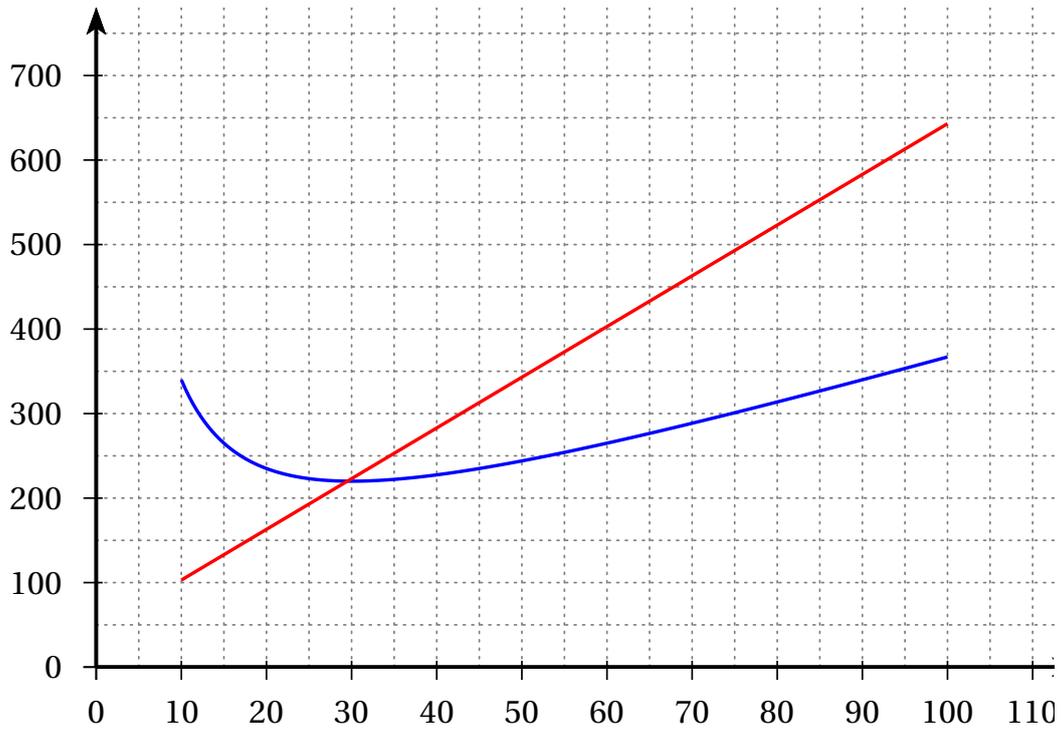
Le coût marginal est le supplément de coût engendré par la production d'une tonne de produit supplémentaire.

On appelle C_m la fonction représentant le coût marginal : $C_m(q) = C(q+1) - C(q)$.

- Calculer $C_m(20)$. Interpréter ce résultat avec les données de l'énoncé.
- Démontrer que, pour tout réel q de l'intervalle $[10 ; 100]$: $C_m(q) = 6q + 43$.
- Déterminer $C'(q)$. Quelle est la différence entre $C_m(q)$ et $C'(q)$?

PARTIE C. COMPARAISON DU COÛT MARGINAL ET DU COÛT MOYEN

La courbe \mathcal{C} représentant le coût moyen et la droite \mathcal{D} représentant le coût marginal sont représentées sur le graphique ci-dessous :



Une règle économique affirme que le coût moyen unitaire est minimal lorsqu'il est égal au coût marginal.

Cette règle s'applique-t-elle ici?