www.freemaths.fr

T^{LE}

Technologique Mathématiques

(STI2D & STL)

Équations Différentielles

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

RÉSOUDRE $y' = ay$ 4

CORRECTION

D'après le cours, les fonctions solutions de $y' = ay$ ($a \in \mathbb{R}$) sont les fonctions de la forme: $x \rightarrow C\,e^{ax}$, $C \in \mathbb{R}$.

1. Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle $y' = 4y$ avec $y(0) = 5$:

Ici, l'équation différentielle s'écrit: $y' = 4y$.

Dans ces conditions, $y' = 4y$ admet comme solutions les fonctions de la forme: $h(x) = C \cdot e^{4x}$, $C \in \mathbb{R}$.

Or $y(0) = 5$ <=> $h(0) = 5$

<=> $C \cdot e^0 = 5$

<=> $C = 5$.

Au total, la solution générale de $y' = 4y$ est: $h(x) = 5\,e^{4x}$.

2. Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle $y' + 2y = 0$ avec $y\left(\frac{1}{2}\right) = e$:

Ici, l'équation différentielle s'écrit: $y' + 2y = 0$ cad $y' = -2y$.

Dans ces conditions, $y' + 2y = 0$ admet comme solutions les fonctions de la forme: $h(x) = C.e^{-2x}$, $C \in IR$.

Or $y\left(\frac{1}{2}\right) = e \iff h\left(\frac{1}{2}\right) = e$

$\iff C.e^{-1} = e$

$\iff C = e^2$.

Au total, la solution générale de $y' + 2y$ est: $h(x) = e^{-2x+2}$.

3. **Résolvons dans IR l'équation différentielle $3y' + y = 0$ avec $y(0) = 1$:**

Ici, l'équation différentielle s'écrit: $3y' + y = 0$ cad $y' = -\frac{1}{3}y$.

Dans ces conditions, $3y' + y = 0$ admet comme solutions les fonctions de la forme: $h(x) = C.e^{-\frac{1}{3}x}$, $C \in IR$.

Or $y(0) = 1 \iff h(0) = 1$

$\iff C.e^0 = 1$

$\iff C = 1$.

Au total, la solution générale de $3y' + y = 0$ est: $h(x) = e^{-\frac{1}{3}x}$.