www.freemaths.fr

T^LE Technologique Mathématiques

(STI2D & STL)

Équations Différentielles

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

SOLUTION DE L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE ? 1

CORRECTION

1. Vérifions que f est bien solution de $y' = 6x - 2$ (E):

Ici: $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$, pour tout $x \in IR$.

f est dérivable sur IR, et nous avons: $f'(x) = 6x - 2$.

Ainsi, pour tout $x \in IR$: f est bien solution de l'équation différentielle (E).

2. Vérifions que f est bien solution de $y' - y = e^x$ (E):

Ici: $f(x) = x\,e^x$, pour tout $x \in IR$.

f est dérivable sur IR, et nous avons: $f'(x) = (1 \times e^x) + (x \times e^x)$

$= (1 + x)\,e^x$.

Dans ces conditions, pour tout $x \in IR$: $f'(x) - f(x) = (1 + x)\,e^x - (x\,e^x)$

$= e^x$.

Ainsi, pour tout $x \in IR$: f est bien solution de l'équation différentielle (E).

3. Vérifions que f est bien solution de $y' - 2y = \dfrac{-2}{1 + e^{-2x}}$ (E):

Ici: $f(x) = (e^{2x} \times \ln(1 + e^{-2x})$, pour tout $x \in IR$.

f est dérivable sur IR, et nous avons:

$$f'(x) = 2e^{2x} \times \ln(1 + e^{-2x}) + e^{2x} \times \left(\frac{-2\,e^{-2x}}{1 + e^{-2x}} \right)$$

$$= 2\,e^{2x} \times \ln(1 + e^{-2x}) + \left(\frac{-2}{1 + e^{-2x}} \right).$$

Dans ces conditions, pour tout $x \in IR$:

$$f'(x) - 2\,f(x) = 2e^{2x} \times \ln(1 + e^{-2x}) - \frac{2}{1 + e^{-2x}} - 2\,(e^{2x} \times \ln(1 + e^{-2x}))$$

$$= \frac{-2}{1 + e^{-2x}}.$$

Ainsi, pour tout $x \in IR$: f est bien solution de l'équation différentielle (E).