

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Fonctions
Cosinus & Sinus



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LA PARITÉ D'UNE FONCTION

6

CORRECTION

1. Étudions la parité des fonctions f définies sur $] -\pi ; \pi [$ suivantes:

D'après le cours, une fonction f définie sur un ensemble I , symétrique par rapport à "0", est:

- paire ssi pour tout $x \in I$: $f(-x) = f(x)$,
- impaire ssi pour tout $x \in I$: $f(-x) = -f(x)$.

Notons qu'ici: l'ensemble de définition $] -\pi ; \pi [$ est bien symétrique par rapport à "0".

$$a. f(x) = \frac{\sin(x)}{1 + \cos^2(x)}:$$

$$f(-x) = \frac{\sin(-x)}{1 + \cos^2(-x)}$$

$$= \frac{\sin(-x)}{1 + [\cos(-x)]^2}$$

$$= \frac{-\sin(x)}{1 + \cos^2(x)}$$

$$= -f(x).$$

Ainsi, pour tout $x \in]-\pi; \pi[$: f est impaire.

$$b. f(x) = \frac{1}{2 + \cos(3x)}:$$

$$f(-x) = \frac{1}{2 + \cos(-3x)}$$

$$= \frac{1}{2 + \cos(3x)}$$

$$= f(x).$$

Ainsi, pour tout $x \in]-\pi; \pi[$: f est paire.

$$c. \text{ Quand } f(x) = (1 + \cos^2(x)) \sin(4x):$$

$$f(-x) = (1 + \cos^2(-x)) \sin(-4x)$$

$$= (1 + [\cos(-x)]^2) \sin(-4x)$$

$$= (1 + \cos^2(x)) \times (-\sin(4x))$$

$$= -f(x).$$

Ainsi, pour tout $x \in]-\pi; \pi[$: f est impaire.

2. Que pouvons-nous en déduire ?

a. $f(x) = \frac{\sin(x)}{1 + \cos^2(x)}$:

Comme ici f est impaire: sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'origine du repère.

b. $f(x) = \frac{1}{2 + \cos(3x)}$:

Comme ici f est paire: sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

c. $f(x) = (1 + \cos^2(x)) \sin(4x)$:

Comme ici f est impaire: sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'origine du repère.