Spé Maths
Terminale

Fonctions
Cosinus & Sinus

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LA PARITÉ D'UNE FONCTION 3

CORRECTION

Étudions la parité des fonctions f définies sur $[-\pi ; \pi]$ suivantes:

D'après le cours, une fonction f définie sur un ensemble I, symétrique par rapport à " 0 ", est:

- paire ssi pour tout $x \in I$: $f(-x) = f(x)$,
- impaire ssi pour tout $x \in I$: $f(-x) = -f(x)$.

Notons qu'ici: l'ensemble de définition $[-\pi ; \pi]$ est bien symétrique par rapport à " 0 ".

1. Quand $f(x) = x^2 - 4\cos(3x)$:

$$f(-x) = (-x)^2 - 4\cos(-3x)$$

$$= x^2 - 4\cos(3x)$$

$$= f(x).$$

Ainsi, pour tout $x \in [-\pi ; \pi]$: f est paire.

2. Quand $f(x) = x^4 + 16\cos(12x)$:

$$f(-x) = (-x)^4 + 16\cos(-12x)$$

$= x^4 + 16 \cos(12x)$

$= f(x).$

Ainsi, pour tout $x \in [-\pi ; \pi]$: f est paire.

3. Quand $f(x) = x^3 - 10 \cos(10x)$:

$f(-x) = (-x)^3 - 10 \cos(-10x)$

$= -x^3 - 10 \cos(10x).$

Or: • $f(x) = x^3 - 10 \cos(10x)$

• $-f(x) = -x^3 + 10 \cos(10x).$

Donc: $f(-x) \neq f(x)$ et $f(-x) \neq -f(x).$

Ainsi: f n'est ni paire, ni impaire.

4. Quand $f(x) = -x + 21 \cos(6x)$:

$f(-x) = -(-x) + 21 \cos(-6x)$

$= x + 21 \cos(6x).$

Or: • $f(x) = -x + 21 \cos(6x)$

• $-f(x) = x - 21 \cos(6x).$

Donc: $f(-x) \neq f(x)$ et $f(-x) \neq -f(x).$

Ainsi: f n'est ni paire, ni impaire.