

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Fonctions
Cosinus & Sinus



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL DE LA PÉRIODE D'UNE FONCTION

3

CORRECTION

Déterminons une période de chacune des fonctions définies sur \mathbb{R} :

D'après le cours, soient f une fonction définie sur I et $T > 0$ un nombre réel tel que si $x \in I$, alors $x + T \in I$.

f est dite **périodique de période T** si: $f(x + T) = f(x)$.

Notons qu'ici: si $x \in \mathbb{R}$, alors $x + T \in \mathbb{R}$.

1. $g_1(x) = -2 \cos(\pi x)$:

$$\text{Pour tout } x \in \mathbb{R}: g_1(x) = -2 \cos(\pi x)$$

$$= -2 \cos(\pi x + 2\pi)$$

(car: $\cos(x)$ est périodique de période 2π)

$$= -2 \cos(\pi(x + 2))$$

$$= g_1(x + 2).$$

Notons qu'ici: si $x \in \mathbb{R}$, alors $x + 2 \in \mathbb{R}$.

En conclusion, pour tout $x \in \mathbb{R}$: g_1 est périodique de période 2.

2. $g_2(x) = -6 \sin(\pi x)$:

Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $g_2(x) = -6 \sin(\pi x)$
 $= -6 \sin(\pi x + 2\pi)$

(car: $\sin(x)$ est périodique de période 2π)

$= -6 \sin(\pi(x + 2))$
 $= g_2(x + 2)$.

Notons qu'ici: si $x \in \mathbb{R}$, alors $x + 2 \in \mathbb{R}$.

En conclusion, pour tout $x \in \mathbb{R}$: g_2 est périodique de période 2.

3. $g_3(x) = 0,6 \sin\left(\frac{2\pi}{5}x\right)$:

Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $g_3(x) = 0,6 \sin\left(\frac{2\pi}{5}x\right)$
 $= 0,6 \sin\left(\frac{2\pi}{5}x + 2\pi\right)$

(car: $\sin(x)$ est périodique de période 2π)

$= 0,6 \sin\left(\frac{2\pi}{5}(x + 5)\right)$
 $= g_3(x + 5)$.

Notons qu'ici: si $x \in \mathbb{R}$, alors $x + 5 \in \mathbb{R}$.

En conclusion, pour tout $x \in \mathbb{R}$: g_3 est périodique de période 5.

$$4. g_4(x) = 3 \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right):$$

$$\text{Pour tout } x \in \mathbb{R}: g_4(x) = 3 \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$$

$$= 3 \sin\left(\frac{\pi}{4}x + 2\pi\right)$$

(car: $\sin(x)$ est périodique de période 2π)

$$= 3 \sin\left(\frac{\pi}{4}(x + 8)\right)$$

$$= g_4(x + 8).$$

Notons qu'ici: si $x \in \mathbb{R}$, alors $x + 8 \in \mathbb{R}$.

En conclusion, pour tout $x \in \mathbb{R}$: g_4 est périodique de période 8.